Zbl 021.20702
Erdős, Pál; Kac, M.
On the Gaussian law of errors in the theory of additive functions. (In English)
Proc. Natl. Acad. Sci. USA 25, 206-207 (1939). [0027-8424]

Eine zahlentheoretische Funktion $f(m)$ heißt additiv, wenn $f(m_1 m_2) = f(m_1) + f(m_2)$ für $(m_1, m_2) = 1$ gilt. Es sei $f(p^\alpha) = f(p)$ und $|f(p)| \leq 1$ für jede Primzahl p (es genügt auch eine schwächere Voraussetzung), ferner die Folge $F(n) = \sum_{p<n} f^2(p) p^{-1}$ divergent. Dann ist für jedes reelle ω die natürliche Dichte der ganzen Zahlen m mit

$$f(m) < \sum_{p<m} \frac{f(p)}{p} + \omega \sqrt{2F(m)}$$

gleich $\pi^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y^2)\, dy$. Dieser Satz sowie zwei Hilfssätze, auf denen der Beweis beruht, werden ohne Beweis angegeben. Für $\omega = 0$ folgt: Die Dichte der ganzen Zahlen m mit $f(m) < \sum_{p<m} \frac{f(p)}{p}$ ist $\frac{1}{2}$. Dies wurde im Spezialfall $f(m) =$ Anzahl der verschiedenen Primteiler von m bereits von *Erdős* bewiesen.

Rohrbach (Göttingen)

Classification:
11N60 Distribution functions (additive and positive multipl. functions)