

---

**Zbl 029.15202****Chung, Kai Lai; Erdős, Pál***On the lower limit of sums of independent random variables.* (In English)**Ann. Math., Princeton, II. Ser. 48, 1003-1013 (1947).**

Als Gegenstück der von W. Feller neulich erreichten vollständigen Klärung des Satzes von iterierten Logarithmus, d. h. vom oberen Grenzwert der Summe  $S_n = \sum_{\nu=1}^n X_\nu$  unabhängiger Zufallsveränderlichen  $X_\nu$  für  $n \rightarrow \infty$ , wird folgender Satz bewiesen: Im Falle einer Alternative mit  $\Pr(X_\nu = 1) = p$  und  $\Pr(X_\nu = 0) = 1 - p$ , sowie bei  $\psi(n) \uparrow \infty$  und  $\sum [n\psi(n)]^{-1} = \infty$  ist

$$\Pr [\underline{\lim}(n^{\frac{1}{2}}\psi(n)|S_n - np|) = 0] = 1.$$

Der Satz ist der bestmögliche insofern, als bei  $\sum [n\psi(n)]^{-1} < \infty$  die fragliche Wahrscheinlichkeit für quadratisch irrationale (nach Angabe der Verff. sogar für fast alle)  $p$  Null ist.

In Verallgemeinerung auf unabhängige  $X_\nu$  mit bloß gemeinsamer Verteilungsfunktion, die einen nicht identisch verschwindenden absolut stetigen Teil, den Mittelwert Null, die Streuung Eins und ein endliches fünftes absolutes Moment besitzt, ergibt sich mit Hilfe einer asymptotischen Entwicklung von Cramér  $\Pr \underline{\lim} n^{\frac{1}{2}}\psi(n)|S_n| = 0 = 1$  bzw.  $0$ , je nachdem  $\sum [n\psi(n)]^{-1} =$  bzw.  $< \infty$ .

*Szentmártony (Budapest)*

Classification:

60F05 Weak limit theorems