
Zbl 101.41001

Erdős, Paul; Gallai, Tibor

On the minimal number of vertices representing the edges of a graph (In English)

Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci., Ser. A 6, 181-203 (1961).

G sei ein schlingenfreier Graph ohne mehrfache Kante mit n Punkten und m Kanten; G kann auch isolierte Punkte enthalten. Die Punkte $p_1, ..., p_k$ bilden ein repräsentives System der Kanten von G, wenn jede Kante in mindestens einem der Punkte p_i $(1 \leq i \leq k)$ endet. $\mu(G) = \min k$ bezüglich aller repräsentiven Systeme von G. Es ist $\mu(G)$ höchstens gleich dem harmonischen Mittel aus $\frac{1}{2}n$ und m für $m > 0$. Gleichheit besteht nur dann, wenn alle Komponenten von G vollständige Graphen gleicher Punktzahl sind. Enthält G keine Kreise, so ist $\mu(G) \leq \frac{1}{3}(n+m)$. Ist $\mu(G') \leq p$ für alle Teilgraphen G' von G mit höchstens $2p+2$ Punkten, dann ist $\mu(G) \leq p$. Es kann dabei $2p+2$ nicht durch $2p+1$ ersetzt werden, wie Beispiele zeigen. Enthält G mindestens $2p-h+3$ Punkte ohne isolierte Punkte, wobei p hinreichend groß bezüglich $h \geq 2$ ist, ferner $\mu(G') \leq p$ für jeden Teilgraphen G' und G mit höchstens $p+h$ Kanten, dann ist $\mu(G) \leq 2p-h$.
In Verallgemeinerung des Problems treten an Stelle der Graphen, d.h. an Stelle zugeordneter Punktepaare k-tupel von Punkten und deren repräsentative Punktesysteme. Auch hier werden obere Schranken für die $\mu(G)$ entsprechende Minimalzahl gegeben.

H.Künneth

Classification:
05C35 Extremal problems (graph theory)