Zbl 121.29602
Erdős, Pál; Rényi, Alfréd
Remarks on a problem of Obreanu (In English)
Can. Math. Bull. 15, 267-273 (1963). [0008-4395]

Es sei $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots$ eine Folge A von positiven ganzen Zahlen. Nehmen wir an, daß die unendliche Zahlenfolge $\{u_n\}$ folgende Bedingung erfüllt: Zu jeder Zahl $\varepsilon > 0$ gibt es einen Zahlenwert $n_0 = n_0(\varepsilon)$, so daß für jedes $n > n_0$ und jedes k die Ungleichung (1) $|u_{n+a_k} - u_n| < \varepsilon$ gilt. Als Antwort einer Fragestellung von *Obreanu* [ibid. 3, Problem 35 (1960)] haben *N. G. de Bruijn* und *P. Erdős* bewiesen, daß die Konvergenz der Folge $\{u_n\}$ aus der Bedingung (1) genau dann folgt, wenn die Folge $\{a_n\}$ unendlich und der größte gemeinsame Teiler der Zahlen a_n gleich 1 ist. Im vorliegenden Aufsatz wird diese Behauptung verschärft, indem folgendes bewiesen wird: Setzen wir voraus, daß die Folge $\{u_n\}$ die Bedingung

$$\lim_{n\to\infty} \overline{\lim}_r |u_{n+a_r} - u_n| = 0 \tag{2}$$

erfüllt. Aus (2) folgt die Konvergenz von $\{u_n\}$ genau dann, wenn A die folgenden zwei Eigenschaften hat: I. Für jede ganze Zahl $d > 1$ gibt es unendlich viele k, so daß $a_k \not\equiv 0 \pmod d$ gilt. II. $a_{k+1} - a_k$ strebt nicht gegen ∞, falls $k \to \infty$.

St.Fenyö

Classification:
40A05 Convergence of series and sequences