Zbl 194.25304
Erdős, Pál; Rogers, C.A.
The construction of certain graphs (In English)
Can. J. Math. 14, 702-707 (1962). [0008-414X]

Ein Graph heiße k-vollständig (k-unvollständig), wenn er einen (keinen) vollständigen Graphen mit k Ecken als Teilgraphen enthält. Hauptergebnis der Note ist (vgl. 3. Theorem, S. 704), daß sich zu je zwei natürlichen Zahlen k und l ($k \geq 3$) stets ein Graph G mit weniger als l^{1+c_k} Ecken so finden läßt, daß G k-unvollständig und jeder von l Ecken aufgespannte Untergraph von G $(k-1)$-vollständig ist. Hierbei können die positiven Konstanten c_k ($k \geq 3$) so gewählt werden, daß $c_k \sim 1/(512k^4 \log k)$ mit $k \to \infty$ gilt. Der erste Autor hatte in einer früheren Note für $f(k,l)$ ($l =$ kleinste natürliche Zahl mit der Eigenschaft, daß für jeden Graphen G mit $f(k,l)$ Ecken entweder G k-vollständig oder der komplementäre Graph zu G l-vollständig ist, vgl. den Satz von Ramsey) die untere Schranke $l^{1+c_3} < f(3,l) \leq f(k,l)$, ($k \geq 4$) ermittelt. Aus dem neuen Ergebnis folgt jetzt sogar: $l^{1+c_k} < h(k,l) \leq f(k,l)$ für $k \geq 3$, worin $h(k,l)$ die kleinste natürliche Zahl mit der Eigenschaft bedeutet, daß jeder Graph G mit $h(k,l)$ Ecken entweder k-vollständig ist oder l Ecken in G existieren, so daß der von diesen Ecken aufgespannte Untergraph von G $(k-1)$-unvollständig ist.

K. Wagner

Classification:
05C55 Generalized Ramsey theory
05C35 Extremal problems (graph theory)