

REZOLVAREA PROBLEMELOR DE OPTIMIZARE MULTICRITERIALĂ UTILIZÂND CROMODINAMICA GENETICĂ

Corina Rotar

Abstract. One of the main application areas of the evolutionary computation is multiobjective optimization. There is a variety of approaches trying to solve the multiobjective optimization problems. Goldberg, Srinivas and Deb, and many other, propose evolutive algorithms, which have proved to be a very good instrument for solving multiobjective optimization problems. In this article we propose to apply genetic chromodynamics techniques, developed by Dumitrescu, for solving this difficult problems.

Keywords: *Evolutive algorithms, Genetic chromodynamics, multiobjective optimization*

I. INTRODUCERE

Calculul Evolutiv reprezintă un ansamblu de tehnici și concepte inspirate din teoria evoluției biologice, în conformitate cu aceasta, o populație de soluții inițiale se modifică sub acțiunea operatorilor biologici: selecție, recombinare, mutație, etc., înregistrându-se o creștere a performanței indivizilor de la o generație la alta. Selectarea celor mai buni indivizi (cromozomi) pentru a deveni părinții generației următoare, conduce înspre o îmbunătățire a calității indivizilor descendenți. După un număr fixat de generații, cel mai bun individ al ultimei populații sau cel mai bun individ generat în decursul procesului reprezintă soluția problemei. Soluția oferită de tehnicile Calculului Evolutiv nu este întotdeauna soluția globală exactă a problemei, însă o bună aproximare a acesteia este în multe situații satisfăcătoare.

Direcțiile Calculului Evolutiv sunt: Algoritmii Genetici, Programarea Evolutivă, Strategiile Evolutive, Programarea Genetică, Sisteme de Clasificare Instruibile, Cromodinamica Genetică, Algoritmi Genetici Dezordonați și Codificarea Delta.

Algoritmii evolutivi au la baza modelul evoluției organismelor, natura fiind sursa principală de inspirație. În conformitate cu legile evoluției naturale, un Algoritm Evolutiv modelează adaptarea unei populații de indivizi, reprezentând fiecare în parte o soluție posibilă a problemei de rezolvat. Această adaptare se face în sensul creșterii performanțelor indivizilor populației în raport cu funcția obiectiv.

Spațiul de căutare al problemei poate să fie prea mare sau chiar infinit în această situație, populația asupra căreia acționează algoritmul evolutiv este formată dintr-o submulțime finită a spațiului de căutare. Fiecare element al populației, numit în literatura de specialitate cromozom, reprezintă o soluție posibilă a problemei. De regulă, populația inițială se construiește prin generarea aleatoare a unor puncte ale spațiului de căutare. Performanța unui cromozom este calculată cu ajutorul funcției de evaluare, funcție ce poate coincide cu funcția obiectiv în cazul problemelor de optimizare sau, în alte situații, poate fi o funcție de cost, de câștig, etc.

Algoritmii evolutivi sunt în esență proceduri iterative de căutare. La fiecare iterație sunt selectați cei mai performanți indivizi ai populației curente $P(t)$, urmând ca asupra lor să se aplice operatorii genetici specifici pentru a genera noi indivizi. Operatorii genetici uzuali sunt operatorul de recombinare și cel de mutație. Recombinarea asigură construirea unor noi indivizi prin combinarea materialului genetic (fragmente de cromozomi) provenit din indivizii existenți. Mutația va crea noi indivizi prin executarea unor mici modificări, perturbații, asupra unui singur cromozom. Descendenții obținuți în urma aplicării operatorilor genetici vor forma noua generație $P(t+1)$. Se consideră că la fiecare iterație, noua generație conține indivizi mai performanți, mai "adaptați" decât cei ai populației anterioare.

Terminarea algoritmului evolutiv este fie condiționată de atingerea unui număr dat de iterații, fie de orice altă condiție specifică problemei. Soluția algoritmului va fi extrasă din populația finală, fiind cel mai bun cromozom al acesteia. Pentru a ne asigura că cel mai bun individ generat nu s-a pierdut prin alternarea generațiilor, algoritmul evolutiv poate fi înzestrat cu un mecanism suplimentar ce permite supraviețuirea celor mai buni k indivizi ai populației de la o generație la alta. Soluția dată de algoritmul genetic nu este întotdeauna și optimul global al problemei rezolvate, însă aceasta se apropie mult de soluția dorită, în cazul problemelor complicate, putem fi mulțumiți de găsirea unei soluții bune, cât mai apropiată de optimul global. Părerile sceptice în legătură cu eficiența procedurilor evolute au fost înlăturate prin obținerea unor rezultate surprinzătoare în cazul problemelor complicate pentru care tehnicile clasice nu dau soluții bune sau necesită un timp prea mare de execuție.

Rezolvarea oricărei probleme poate fi privită ca un proces de căutare și optimizare în spațiul soluțiilor posibile. Din aceste considerente un algoritm evolutiv poate fi adaptat în mod corespunzător oricărei probleme date. Să luăm spre exemplu cea mai populară clasă de algoritmi evolutivi, *algoritmii genetici*. Fiecare cromozom al populației este alcătuit dintr-o secvență de caracteristici sau *gene*. Valorile genelor sunt preluate dintr-un alfabet A dependent de specificațiile problemei de rezolvat. Lungimea cromozomilor, definită prin numărul de gene constitutive, este de regulă un număr constant. O clasă aparte de algoritmi genetici, algoritmi genetici dezordonați, utilizează o lungime variabilă a cromozomilor.

Observație: în orice procedură puternică de căutare și optimizare, stabilirea unui echilibru între explorarea spațiului soluțiilor posibile (căutarea globală) și exploatarea regiunilor promițătoare ale spațiului de căutare (căutarea locală), devine o condiție obligatorie. Cercetările lui Holland din anii '70 au demonstrat că algoritmi genetici realizează acest echilibru într-o manieră aproape optimală.

Structura generală a unui algoritm genetic:

1. Fie $t=0$. Inițializare aleatoare $P(t)$;
2. Evaluarea cromozomilor populației $P(t)$.
3. Repetă

3.1. Selecție cromozomi părinți din $P(t)$

rezultând populația intermediară P1.

3.2. Asupra populației P1 se aplică operatorii genetici (recombinare, mutație, inversiune, etc.) rezultând populația P2. Din P1 se șterg părinții populației P2.

3.3. în P2 se adaugă cromozomii rămași în P1.

$P(t+1)=P2$; $t=t+1$; Evaluarea cromozomilor din $P(t)$.

Sfârșit.

II. CROMODINAMICA GENETICĂ

Direcție relativ nouă a Calculului Evolutiv, Cromodinamica Genetică a fost inițial dezvoltată pentru rezolvarea problemelor de clasificare. Cromodinamica genetică utilizează o populație de dimensiune variabilă. Numărul indivizilor populației scade cu fiecare generație. "Fiecare cromozom (individ) reprezintă o soluție posibilă din spațiul de căutare. Utilizatorul are libertatea de a opta pentru o variantă de codificare a cromozomilor: binară, reală, etc.

Ideea de bază a acestei metode este de a realiza o partiționare a populației într-un număr oarecare de subpopulații. O subpopulație va corespunde unui punct de optim.

În procesul de căutare, această partiționare a populației trebuie să se mențină. Subpopulațiile coevoluează și converg în parte spre soluțiile optime ale problemei. Se admite că indivizii (soluțiile) foarte apropiați se vor unifica, determinând o descreștere a dimensiunii populației, în final fiecare subpopulație va conține un singur individ reprezentând un punct de optim din spațiul soluțiilor posibile ale problemei considerate. Inițial, fiecărui individ îi va fi atașată o culoare distinctă, în timp se va constata o descreștere a numărului de culori (ceea ce explică și numele metodei) și o stabilizare a unei culori dominante pentru fiecare subpopulație.

Modificările aduse populației la fiecare iterație sunt modelate cu ajutorul operatorilor genetici de recombinare și mutație. Recombinarea este de tipul (2,1), adică din doi părinți selectați va rezulta un unic descendent. Fiecare cromozom este selectat pentru recombinare. Se consideră acesta părintele dominant. Perechea sa este selectată numai dintr-o vecinătate sferică a cromozomului dominant. Din punct de vedere biologic, probabilitatea de împerechere a unui individ cu un alt individ din aceeași subpopulație este mult mai mare decât împerecherea cu un individ dintr-o altă subpopulație. Din aceste considerente, Cromodinamica genetică acceptă doar încrucișări locale. Pentru fiecare cromozom selectat a (părintele dominant) se definește o vecinătate sferică centrată în a , de rază r : $V(a,r)$ în care va fi căutat partenerul recesiv b al cromozomului a . Raza r poate constitui o constantă a procedurii sau poate să varieze în funcție de numărul de generații produse, în

concordanță cu rolul său, raza r se numește rază de interacțiune.

Cei doi operatori considerați, mutația și recombinarea se exclud reciproc. Un cromozom a este perturbat prin mutație doar în situația în care vecinătatea sa $V(a,r)$ nu permite stabilirea unui partener pentru recombinare. Decizia de alegere a operatorilor genetici este condiționată atât de cadrul problemei concrete cât și de metoda de reprezentare a indivizilor. Spre exemplu, pentru o reprezentare reală, putem considera încrucișarea convexă de tipul $(2,1)$ și o lege aditivă de mutație prin care fiecare variabilă a cromozomului suferă o perturbație normală:

Fie a cromozomul selectat pentru recombinare, și m dimensiunea sa (numărul de variabile), în vecinătatea sa $V(a,r)$ este determinat partenerul b de recombinare. Unicul descendent al perechii (a,b) este cromozomul c , pentru care:

$$c_i = \alpha_i a_i + (1 - \alpha_i) b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad \text{unde } \alpha_i \in [0,1]$$

urmează o distribuție uniformă.

Obs: Unicul descendent al perechii (a,b) va moșteni culoarea părintelui dominant.

În cazul în care vecinătatea lui c nu oferă nici un partener valid pentru încrucișare, cromozomul c este supus mutației.

În general, un descendent mai bun își înlocuiește automat părintele în noua generație. Aceasta ar putea conduce înspre o convergență prematură a procedurii. Evitarea convergenței premature poate fi făcută prin înzestrarea procedurii cu un mecanism suplimentar de tipul recoacerii simulate. Astfel, un individ mai slab decât părintele său poate fi acceptat în noua generație cu o anumită probabilitate p .

Un alt aspect specific cromodinamicii genetice este descreșterea numărului de indivizi ai populației, în timp anumiți indivizi devin foarte apropiați și mai multe subpopulații ar putea evolua înspre același punct de optim. Acest lucru este neacceptabil dacă dorim determinarea numărului corect de optime și avem în vedere faptul că fiecărui punct de optim îi va corespunde un unic cromozom. Pentru modelarea acestui aspect se va considera că indivizii foarte apropiați (distanța dintre aceștia este mai mică decât o valoare pre-fixată) se vor unifica devenind unul singur.

Condiția de oprire a algoritmului poate fi dată de atingerea unui număr de generații sau poate fi validată în cazul în care după un număr oarecare de generații nu se mai înregistrează modificări semnificative ale populației. ;

Rezultatele acestei tehnici sunt pe de o parte, determinarea punctelor de optim și pe de altă parte stabilirea numărului corect de puncte de optim. Dacă, populația finală este alcătuită din s cromozomi atunci numărul de puncte de optim este s iar fiecare cromozom $x_i, i = 1, 2, \dots, s$ reprezintă o soluție optimă (locală sau globală) a problemei.

Dinamica metodei poate fi urmărită pe două nivele. Primul nivel corespunde modificării cromozomilor iar cel de-al doilea este asociat cu formarea, modificarea și stabilizarea subpopulațiilor.

III. OPTIMIZARE MULTICRITERIALĂ

O clasă de probleme cu un grad mare de complexitate admite existența mai multor funcții obiectiv. Problemele în care mai multe funcții obiectiv trebuie optimizate simultan se numesc probleme de optimizare multicriterială (optimizare multiobiectiv, optimizare vectorială). De cele mai multe ori criteriile de optim sunt contradictorii, îngreunând semnificativ stabilirea unei tehnici de rezolvare a problemelor de acest gen. O abordare simplistă permite convertirea criteriilor într-o singură funcție obiectiv, problema reducându-se la o problemă de optimizare clasică cu un singur obiectiv. Fiecare criteriu își va aduce aportul în această funcție printr-o pondere prestabilită. Alegerea ponderilor pentru definirea unei unice funcții obiectiv cunoaște adesea o rezolvare subiectivă care ar afecta soluția finală. Motivele prezentate încurajează cercetarea altor tehnici de rezolvare a problemelor multicriteriale.

Optimizare Pareto

Pentru o problemă de optimizare cu m funcții criteriu: $f_i, i = 1, 2, \dots, m$ definim *vector criteriu*, vectorul m -dimensional cu următoarea formă, având ca și componente funcțiile $f_i, i = 1, 2, \dots, m$:

$$F = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Notând cu Ω domeniul funcției $F, F : \Omega \rightarrow R^m$, iar Ω reprezintă spațiul de căutare pentru problema dată.

Principalul neajuns al problemelor de optimizare multicriterială constă în incompatibilitatea diferitelor criterii și, în consecință, imposibilitatea comparării soluțiilor, în *optimizarea Pareto* această dificultate este înlăturată prin definirea unei

relații de ordine (relație de dominare) peste mulțimea soluțiilor.

O soluție nedominată sau optimală în sens Pareto se definește intuitiv prin următoarele propoziții:

- (a) Nu este o soluție mai proastă decât celelalte.
- (b) Este mai bună decât oricare alta în raport cu cel puțin un criteriu.

Pentru a defini relația de dominare peste mulțimea soluțiilor (spațiul Ω) se definește în prealabil o relație de dominare peste mulțimea valorilor funcției vector F (spațiul R^m).

Fie următoarea problemă de optimizare multicriterială:

$$P: \begin{cases} f_i(x) \rightarrow \max, i = 1, \dots, m \\ x \in \Omega \end{cases}$$

Valorile funcției vector F constituie mulțimea V , unde:

$$V = \{v \in R^m \mid \exists x \in \Omega, v = F(x)\}$$

Definiție. Fie u și v doi vectori din V . Spunem că vectorul v îl domină pe u (notat $u \prec v$) în raport cu problema considerată, dacă sunt îndeplinite următoarele:

- (a) $u_i, i = 1, 2, \dots, m;$
- (b) $\exists j = 1, 2, \dots, m : u_j < v_j.$

Definiție. Spunem că valoarea v a funcției F este nedominată (Pareto-optimală) dacă nu există nici o altă valoare care să o domine.

Relația definită peste mulțimea V induce în spațiul Ω o relație de dominare:

Definiție: Spunem că soluția $x \in \Omega$ este nedominată (soluție Pareto - optimală) dacă nu există nici o altă soluție care să genereze o valoare a funcției F care domină pe $F(x)$.

Soluțiile optimale - Pareto ale problemei constituie *frontul Pareto* asociat problemei respective:

$$\Omega_p = \{x \in \Omega \mid F(x) \text{ - nedominata}\}$$

Optimizare Pareto cu algoritmi genetici

În 1989 **Goldberg** aplică cu succes tehnicile algoritmilor genetici pentru rezolvarea problemelor de optimizare multicriterială utilizând conceptul de nedominare în sens Pareto. Algoritmul genetic este îmbogățit printr-un mecanism de etichetare a cromozomilor la fiecare generație. Astfel, la o generație oarecare toți indivizii nedominați sunt etichetați cu valoarea 1 și sunt eliminați din populație. Din populația rămasă se vor extrage din nou indivizii nedominați, aceștia din urmă primind rangul 2. Procedul continuă în această manieră până când toți indivizii generației respective au fost etichetați. Submulțimile de soluții nedominate realizează o partiție a generației curente. Valorile rangurilor sunt utilizate în calcularea probabilităților de selecție și reproducere.

În 1995, **Srinivas** și **Deb** implementează un algoritm de optimizare Pareto în care este folosită metoda nișelor ecologice. La fiecare generație sunt stabilite submulțimile de soluții nedominate în maniera descrisă anterior. Pentru fiecare submulțime de soluții nedominate se recalculează performanța indivizilor aparținândi folosind metoda nișei. Submulțimile de soluții nedominate reprezintă de fapt o partiție a populației. Fiecare

submultime (subpopulație) corespunde unei nișe în care indivizii partajează resursele comune. Performanțele recalculatelor intervin în selecția cromozomială. În continuare este dat algoritmul de optimizare vectorială bazat pe metoda nișei ecologice.

Algoritmul de optimizare P carete bazat pe metoda nișei ecologice - prelucrarea generației $P(t)$

1. Fie P^1 - submultimea soluțiilor nedominate din $P(t)$
2. Se generează o valoare mare de adecvare ce se atribuie fiecărui individ din P^1 ;
3. Se recalculează performanțele indivizilor nedominați folosind metoda nișei;
4. Fie v_1 cea mai mică valoare de adecvare a cromozomilor din P^1 și $i = 2$;
5. $P(t) = P(t) \setminus P^1$;
6. Cât timp $P(t) \neq \Phi$ execută:
 - 6.1. Fie P^i - submultimea soluțiilor nedominate din $P(t)$
 - 6.2. Fie v_i , $v_i < v_{i-1}$, o valoare de adecvare ce se atribuie fiecărui individ din P^i ;
 - 6.3. Se recalculează performanțele indivizilor nedominați folosind metoda nișei;
 - 6.4. $P(t) = P(t) \setminus P^i$;
 - 6.5. $i = i + 1$;
7. $n = i$; numărul de subpopulații
8. $P(t) = \bigcup_{i=1}^n P^i$; refacerea populației
9. Se aplică operatorii genetici asupra indivizilor populației $P(t)$ utilizând valorile adecvărilor recalculatelor.

IV. OPTIMIZARE MULTICRITERIALĂ CU CROMODINAMICĂ GENETICĂ

O interesantă abordare a problemelor de optimizare vectorială este folosirea cromodinamicii genetice pentru determinarea frontului Pareto. În acest paragraf este propus un algoritm care folosind tehnicile cromodinamicii genetice încearcă rezolvarea unei probleme de optim multicriterial.

Componentele oricărui algoritm evolutiv pot fi grupate în 3 module:

- Modulul Populație

- *Modulul Evaluare*
- *Modulul Recombinare și Modificare*

În concordanță cu această împărțire pe module, prezentarea algoritmului în această secțiune va urmări schema propusă.

- **Modulul Populație:**

Metoda de reprezentare: Reprezentare reală pare adecvată unei astfel de probleme. Fiecare cromozom X este reprezentat printr-o structură: $[(x_1 \dots x_n), r, c, f]$, în care: vectorul de componente reale $(x_1 \dots x_n)$, reprezintă un punct din spațiul soluțiilor Ω , r - reprezintă rangul individului (numărul subpopulației la care aparține), c - culoarea cu care este înzestrat cromozomul, f - valoarea funcției de performanță: $f(X)$.

Metoda de inițializare: Se recurge, ca în majoritatea situațiilor la o inițializare aleatoare a populației. Numărul inițial de indivizi este un parametru al algoritmului și poate fi modificat, în general se folosește o valoare cuprinsă în intervalul $[100,200]$.

Metoda de selecție: Fiecare individ al generației curente este selectat pentru recombinare sau mutație. Partenerul pentru recombinare este căutat doar într-o vecinătate a cromozomului, respectiv, printre cromozomii cu aceeași culoare ca și părintele dominant. Dacă nu este posibilă stabilirea unui partenr, cromozomul dominant este supus mutației.

Metoda de înlocuire: Descendentul mai performant decât părintele dominant îl înlocuiește automat pe acesta în noua generație. Nu se utilizează un mecanism de tipul recoacerii simulate.

Alte considerente: Raza de interacțiune se stabilește la fiecare generație în funcție de numărul de submulțimi de soluții nedominate. Astfel, fiind n - numărul de clase (subpopulații de soluții nedominate) la o generație dată, raza de interacțiune reprezintă raportul dintre distanța maximă între oricare doi indivizi, primul din clasa de rang 1 și celalalt din clasa de rang maxim n , și numărul de clase n . Pentru fiecare individ nedominat din clasa de rang 1 se construiește o vecinătate de rază r . Fiecărei vecinătăți îi este atașată o culoare distinctă. Indivizii care nu sunt colorați la o iterație, nu vor putea fi recombițați sau mutați. Aceștia supraviețuiesc trecerii de la o generație la alta, astfel încât, la o nouă iterație vor avea din nou șansa de a fi colorați, respectiv de a produce descendenți.

Etichetarea indivizilor: se face determinând toate clasele de soluții nedominate. Fiecărui element dintr-o clasă îi este atașată o valoare naturală ce reprezintă numărul clasei respective. Prima submulțime de soluții nedominate va forma clasa de rang 1. Prin eliminarea temporară din populație a acestei prime clase, populația rămasă va putea conține o nouă submulțime de soluții nedominate, reprezentând clasa de rang 2. În mod asemănător se vor stabili toate clasele de soluții nedominate și toți indivizii populației vor primi o etichetă.

- **Modulul Evaluare**

Performanța fiecărui individ c este calculată folosind funcția de evaluare cu următoarea formă:

$$f(c) = \sum \frac{1}{d'(x, c)}, \text{ unde:}$$

$d(x, c)$ - distanța euclidiană dintre punctele din spațiu de căutare reprezentate de cromozomii x și

c ;

r - reprezintă rangul cromozomului c și suma se calculează pentru toți cromozomii x care verifică condiția $\text{rang}(x) = \text{rang}(c)$ (c și x aparțin aceleiași submulțimi de soluții nedominate).

- Modalul Recombinare și Modificare:

Operatorii genetici utilizați sunt încrucișarea convexă și mutația. Mutația provoacă asupra componentei vectorului (x_1, \dots, x_n) perturbații aleatoare urmează legea normală. Astfel, prin mutație, vectorul (x_1, \dots, x_n) devine: (y_1, \dots, y_n) unde: $y_i = x_i + N_i(0,1)$, $i = 1, 2, \dots, n$. (prin $N_i(0, 1)$ s-a notat instanța unei variabile aleatoare cu distribuție normală având $m = 1$ și $\sigma = 0$).

Algoritmul dat în continuare se dorește a fi o încercare de aplicare a tehnicilor cromodinamicii genetice pentru rezolvarea problemelor de optimizare vectorială:

1. Inițializare aleatoare populație $P(0)$; fie $t = 1, 2, \dots$ Cât timp (condiție_continuare = true) execută:

2.1. Stabilirea submulțimilor de soluții nedominate (clase) a populației $P(t)$; fie n_c - numărul de clase; fiecărui cromozom îi este atașată o valoare reprezentând numărul clasei din care face parte (rangul);

2.2. Calcularea razei de interacțiune;

2.3. Atașare culoare pentru fiecare cromozom al populației $P(t)$; (stabilirea vecinătăților de încrucișare)

2.4. Atașarea valorii de adecvare fiecărui individ al populației $P(t)$;

2.5. Pentru fiecare cromozom c se caută un partener compatibil (de aceeași culoare). Dacă s-a găsit un astfel de partener se va aplica operatorul de recombinare, în caz contrar se aplică mutația;

2.6. $t = t + 1$.

BIBLIOGRAFIE

[1] P. J. Angeline, *Evolutionary Algorithms and Emergent Intelligence*, Dissertation, Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of The Ohio State University, The Ohio State University, 1993

[2] T. Bäck, *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, 1996.

[3] D. Dumitrescu, *Algoritmi Genetici și Strategii Evolutive - aplicații în Inteligența Artificială și în domeniul conex*, Ed Albatros, Cluj Napoca, 2000

[4] D. Dumitrescu, B. Lazzarini, L. C. Jain, A. Dumitrescu, *Evolutionary computation*, CRC Press, 2000.

[5] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.

Autor

Corina ROTAR, Universitatea "1 Decembrie 1918" Alba Iulia Alba Iulia.