

André Louis Cholesky

Claude Brezinski

Dedicated to Jean Meinguet on the occasion of his 65th birthday

La loi française stipule que les archives personnelles ne sont accessibles au public que 120 ans après la date de naissance de l'intéressé. Le but de cet article est de présenter une biographie de Cholesky tenant compte des archives qui viennent d'être ouvertes [1]. Certaines indications ont été empruntées à [4].

1 La méthode

La méthode de Cholesky est bien connue. Elle consiste à décomposer une matrice A symétrique définie positive en un produit $A = LL^T$ où L est une matrice triangulaire inférieure (c'est-à-dire dont tous les éléments au dessus de la diagonale sont nuls). Une telle décomposition est utilisée, en particulier, pour la résolution des systèmes d'équations linéaires au sens des moindres carrés. Soit le système $Mx = b$, où M est une matrice rectangulaire ayant plus de colonnes que de lignes. On pose $x = M^T y$ et le système devient $MM^T y = b$ où la matrice $A = MM^T$ est carrée et symétrique définie positive. Soit L une matrice triangulaire inférieure telle que $A = LL^T$. Si z est la solution de $Lz = b$ alors y sera solution de $L^T y = z$ puisqu'en substituant on aura $LL^T y = b$. Les éléments de L sont obtenus directement par identification entre les éléments de LL^T et les éléments correspondants de A .

C'est exactement ce genre de problème que l'on rencontre dans les questions de compensation des réseaux géodésiques dont Cholesky eut à s'occuper. On mesure des angles et des longueurs qui sont astreints à vérifier des équations de condition qui expriment le fait que la somme des angles d'un triangle doit être égale à une valeur connue (supérieure à 180 degrés pour tenir compte de la sphéricité de la terre) et que les longueurs doivent rester les mêmes quelquesoit l'ordre dans lequel les mesures sont effectuées. On arrive alors à un système linéaire ayant plus d'inconnues que d'équations. On le résoud au sens des moindres carrés ce qui conduit à un système carré avec une matrice symétrique définie positive.

Cholesky ne publia jamais ses travaux bien qu'il ait rédigé lui-même un rapport sur les opérations de nivellement de précision qu'il dirigeait en Algérie et en Tunisie

[2] (voir aussi [3]). Une méthode nouvelle pour le calcul de la correction de mire y est donnée mais il est bien difficile d'y voir les prémices de sa méthode de factorisation.

Les travaux mathématiques de Cholesky furent, en fait, exposés pour la première fois dans une note de 1924 due au Commandant Benoit [5], de l'Artillerie Coloniale, ancien officier géodésien au Service Géographique de l'Armée et au Service Géographique de l'Indochine. Il écrit

Le Commandant d'Artillerie Cholesky, du Service géographique de l'Armée, tué pendant la grande guerre, a imaginé, au cours de recherches sur la compensation des réseaux géodésiques, un procédé très ingénieux de résolution des équations dites normales, obtenues par application de la méthode des moindres carrés à des équations linéaires en nombre inférieur à celui des inconnues. Il en a conclu une méthode générale de résolution des équations linéaires.

Il semble que la méthode de Cholesky fut ensuite exhumée par John Todd qui l'exposait dans son cours d'analyse numérique au King's College à Londres dès 1946 [11]. Todd la porta à l'attention de Leslie Fox, Harry D. Huskey et James H. Wilkinson qui en firent la première analyse [9]. Sa stabilité numérique fut simultanément étudiée par Alan Turing [12] (voir [10] pour un travail plus récent et plus complet sur cette question).

Les travaux de Cholesky ont été analysés en détail dans [8, pp.347–351] et il n'y a donc pas lieu de reprendre ici leur discussion.

2 La vie

André Louis Cholesky naquit le 15 octobre 1875, à une heure du soir comme l'indique son acte de naissance, à Montguyon, petite commune de l'arrondissement de Jonzac (Charente Maritime) qui compte actuellement de l'ordre de 1700 habitants et on l'on traite les argiles blanches et fabrique des parquets et des lambris. Il était fils de André Cholesky, maître d'hôtel, né le 9 octobre 1842 à Montguyon (lui-même fils de Louis Cholesky, 28 ans, cordonnier, et de Anne Moreau, âgée de 32 ans) et de Marie Garnier, 27 ans. Dans son livret matricule d'officier, il est fait mention du surmon de René.

On semble ne rien savoir de son enfance qu'il passa vraisemblablement à Montguyon. Il obtint la première partie de son baccalauréat à Bordeaux le 14 novembre 1892 et sa seconde partie, avec la mention assez bien, le 24 juillet 1893, toujours à Bordeaux. Le 15 octobre 1895, il entre à l'Ecole Polytechnique, 87 ième sur 223 et signe un engagement de 3 ans dans l'armée à la mairie du 5 ième arrondissement de Paris. Sa fiche signalétique le décrit comme ayant les cheveux et les sourcils châtain clairs, le front haut, le nez long, les yeux châtain, la bouche moyenne, le menton rond et le visage ovale. Il mesure 1m75. Le commandant de l'Ecole est alors le Général André et le Directeur des Etudes s'appelle Mercadier. Ses professeurs sont Camille Marie Ennemond Jordan (Lyon, 5 janvier 1838 – Paris, 22 Janvier 1921) et Marie Georges Humbert (Paris, 7 janvier 1859 – Paris, 22 janvier 1921) pour l'analyse, Jacques Rose Ferdinand Emile Sarrau (24 juin 1837 – Paris, 10 mai 1904) et Henri Charles Victor Jacob Léauté (Bazile, 26 avril 1847 – Paris, 5 novembre

1916) pour la mécanique, Haag pour le géométrie, Octave Pierre Jean Callandreau (Angoulême, 18 septembre 1852 – Paris, 13 février 1904) pour l’astronomie et la géodésie, Marie Alfred Cornu (Orléans, 6 mars 1841 – La Chausonnerie, près de Romorantin, 12 avril 1902) et Henri Antoine Becquerel (Paris, 15 décembre 1852 – Le Croisic, 25 août 1908) pour la physique, Henri Gal (né à Marseille, le 15 juin 1839) pour la chimie, de Dartein pour l’architecture, G. Duruy pour l’histoire et la littérature, et enfin Guillaume pour le dessin [7]. Le Major d’entrée et de sortie est un certain Jules Louis Crussart. En 1896, Cholesky passe de deuxième en première division 56 ième sur 222 et sort de l’Ecole en 1897, 38 ième sur 222. Il est admis dans l’Artillerie 4 ième sur 92. Sa conduite et sa tenue sont qualifiées de très bonnes et son instruction militaire d’assez bonne. Il est Sous-Lieutenant, élève à l’Ecole d’Application de l’Artillerie et du Génie à partir du 1er octobre 1907. Il en sort en 1899, 5 ième sur 86.

Le 1er octobre 1899, il est nommé Lieutenant en second au 22 ième Régiment d’Artillerie. Du 17 janvier 1902 au 27 juin il effectue une mission en Tunisie, puis une autre du 21 novembre 1902 au 1er mai 1903. Du 31 décembre 1903 au 6 juin 1904, on le retrouve en Algérie. Le 24 juin 1905 il est affecté au service géographique de l’état major de l’armée. Il s’y fera immédiatement remarquer (voir son feuillet individuel de campagne dans la Section Annexes) par une vive intelligence, une grande facilité pour les travaux mathématiques, des idées originales et parfois même paradoxales qu’il soutenait avec une grande chaleur. A cette époque, suite à la révision de la Méridienne de Paris, une nouvelle triangulation cadastrale de la France venait d’être décidée. Le problème de la compensation des réseaux préoccupait bon nombre d’officiers du Service Géographique désireux de trouver une méthode simple, rapide et précise. Cholesky imagina pour la résolution des équations de condition par la méthode des moindres carrés, un procédé de calcul très ingénieux qui rendit aussitôt de grands services. C’est la méthode de Cholesky.

Le 26 septembre 1905, il passe Lieutenant en premier. Il épouse, le vendredi 10 mai 1907 à la mairie de La Roche-Chalais (Dordogne), Anne Henriette Brunet née le 27 juin 1882. Elle est la fille de François Brunet, âgé de 52 ans, propriétaire agriculteur, et de Anne Garnier. Ils auront un fils et deux filles. A cette époque, il habite au 33bis rue Rosa Bonheur, Paris 15 ième.

Cholesky effectue une mission en Crète, alors occupée par les troupes internationales, du 7 novembre 1907 au 25 juin 1908. A la suite d’une proposition du Colonel Lubanski, Commandant supérieur des troupes françaises en Crète et lui-même ancien géodésien, et d’une reconnaissance rapide effectuée en mars-avril 1906 par le Lieutenant-Colonel Bourgeois qui commandait la section de géodésie, il avait été décidé d’entreprendre la triangulation des secteurs français et britannique de l’île (départements de San Nicolo et de Candie) ainsi que le levé topographique du secteur français. Trois officiers, dont le Commandant Lallemand et Cholesky, effectuent pendant trois mois les travaux préliminaires: mesure d’une base (dans la plaine de Kavousi) et détermination d’une latitude et d’un azimut astronomiques au terme sud. Puis Cholesky reste seul trois mois de plus pour exécuter la triangulation. Les reconnaissances de terrain et la construction des signaux se poursuivirent en plein hiver. La Crète, large de 57 kilomètres au maximum et longue de 250, à un point culminant de plus de 2400 mètres. A la fin mai, il était encore nécessaire, sur les hauteurs de Lassithi, de faire fondre la neige pour obtenir l’eau nécessaire

au détachement. On conçoit donc la difficulté de la tâche qui se termina vers la mi-juin 1908. Malheureusement les circonstances politiques ne permirent pas de faire ensuite les relevés topographiques.

Le 25 mars 1909, Cholesky est nommé Capitaine en second au 27^{ième} Régiment d'Artillerie et maintenu au service géographique. Le 28 août 1909, il est rayé des contrôles du service géographique et rejoint le 13^{ième} Régiment d'Artillerie afin d'y effectuer son temps légal de deux ans comme commandant de batterie. Le 24 septembre 1911, il est affecté à l'état major particulier de l'artillerie et, le 13 octobre de la même année, au service géographique de l'armée dirigé par le Général Bourgeois qui avait comme adjoint le Capitaine Chicoyneau de Lavalette du Coetlosquet. La direction du nivellement en Algérie et en Tunisie lui est confiée. Le chef de la Section de Géodésie est le Lieutenant Colonel Lallemand, lui-même brillant géodésien. Du 27 octobre 1911 au 24 avril 1912, il effectue des travaux géodésiques en Algérie avec un séjour de 4 jours au Sahara (26–30 mars 1912) dans l'Oasis du Rhir. Il poursuit, avec son ardeur habituelle, les travaux de triangulation en vue de l'établissement de cartes et ceux de nivellement de précision en Algérie et en Tunisie entre le 23 octobre 1912 et le 17 avril 1913. En Algérie, ces travaux avaient pour but la construction d'une ligne de chemin de fer entre Orléansville, Vialar et Trumelet afin de relier le plateau agricole du Sersou à la vallée du Cheliff. Des difficultés considérables furent rencontrées à cause du terrain accidenté et de la rigueur du climat du massif de l'Ouarsenis. Un tronçon de la route entre Biskra et Touggourt fut également nivelé. En Tunisie, le nivellement de précision des routes et des voies ferrées de la région de Tunis fut mené à bien. Le réseau primordial tunisien fut terminé sur le terrain pendant l'hiver 1913–1914. Les calculs furent immédiatement revus, remis en ordre et le réseau fut arrêté et compensé [2]. Au mois de mai 1912, Cholesky reçut l'ordre d'étudier un procédé de nivellement permettant de travailler plus vite qu'en Algérie et en Tunisie tout en conservant une précision suffisante afin que les résultats puissent être immédiatement utilisables dans l'étude des chemins de fer et aussi, éventuellement, dans le cadre d'ensemble des lignes à niveler ultérieurement au Maroc. La méthode et les conditions générales du travail furent d'abord étudiées au bureau puis essayées sur le terrain au polygone de Vincennes par quatre militaires mis à la disposition de Cholesky. Ceux-ci partirent pour Casablanca au début de juillet 1912 et opèrent au Maroc jusqu'en janvier 1913.

Le 25 mai 1913, Cholesky est placé hors cadre, à la disposition du Ministre des Affaires Etrangères, et est nommé chef du service topographique de la Régence de Tunis. Il y reste jusqu'au 2 août 1914, date de la mobilisation, où il rejoint le 7^{ième} groupe d'artillerie à Bizerte. Le 15 septembre il s'embarque à Bizerte pour rejoindre le dépôt du 16^{ième} Régiment d'Artillerie basé à Issoire. Il débarque à Marseille le 17. Le 24 septembre il est nommé commandant de la 9^{ième} batterie du 23^{ième} Régiment d'Artillerie. Le 27 septembre, il est désigné pour remplacer le commandant du 3^{ième} groupe qui vient d'être évacué. Il y fait fonction de Chef d'Escadron jusqu'au 18 octobre. Par suite de l'arrivée du Commandant Girard, il retourne au commandement de sa batterie. Le 3 janvier 1915, il est détaché auprès du général commandant l'artillerie du 17^{ième} corps d'armée pour l'organisation du tir. Le 11 février, il est affecté au service géographique de l'armée pour être employé à un groupe de canevas de tir du détachement de l'armée des Vosges. Il fut l'un des officiers qui comprit le mieux et développa le plus le rôle de la géodésie et de la

topographie dans l'organisation des tirs d'artillerie.

Ces qualités lui valurent d'être affecté, du 25 septembre 1916 à février 1918, à la mission militaire en Roumanie (entrée en guerre à côté des alliés à la fin août) par décision du Général Berthelot, Commandant en chef. Il y rendit d'éminents services. Il y exerce les fonctions de directeur technique du service géographique. Le 6 juillet 1917, il est promu Chef d'Escadron, c'est-à-dire Commandant, au 202^{ième} Régiment d'Artillerie de Campagne.

Le 31 août 1918, le Commandant Cholesky décède à 5h du matin dans une carrière au nord de Bagneux (Aisne) des suites de blessures reçues sur le champ de bataille. Il fut inhumé au cimetière militaire de Chevillescourt à Autrèches dans l'Oise. Le 24 octobre 1921 son corps sera transféré au cimetière de Cuts (Oise), tombe 348, carré A.

Cholesky était Officier du Nicham Iftikhar (10 juin 1907), Officier d'Académie (23 avril 1908), Chevalier de la Légion d'Honneur (10 avril 1915), titulaire de la Croix de Guerre avec palme, Officier de l'Etoile de Roumanie (décembre 1917), et décoré de l'Ordre de Saint Stanislas (6 août 1917) et du Nicham Medjidie.

On trouvera dans [6] les *Citations à l'Ordre de l'Armée* de Cholesky, son *Feuilleton Individuel de Campagne* qui donne ses différentes affectations et contient les appréciations de ses supérieurs et le *Relevé de Notes* qui est identique au Feuilleton à part une appréciation supplémentaire. Le texte complet de [6] peut être obtenu à l'adresse URL: <http://ano.univ-lille1.fr>

Remerciements: Je tiens à remercier particulièrement Mademoiselle Claudine Billoux du Service des Archives de l'Ecole Polytechnique pour son aide précieuse et son efficacité dans la recherche des documents. La photographie de Cholesky provient des archives de l'Ecole Polytechnique. Je remercie également le Professeur Jean Meinguet, de l'Université Catholique de Louvain-La-Neuve, qui fut le premier à me fournir des indications biographiques sur Cholesky.

References

- [1] Dossier 126.454, Service Historique de l'Armée de Terre, Fort Vieux de Vincennes.
- [2] Rapport sur les opérations du nivellement de précision d'Algérie et de Tunisie pendant les campagnes 1910–1911, 1911–1912, 1912–1913 par le Capitaine Cholesky, Cahiers du Service Géographique de l'Armée, n. 35, 1913.
- [3] Rapport sur les travaux effectués en 1912, Cahiers du Service Géographique de l'Armée, n. 36, 1913.
- [4] Union Géodésique et Géophysique Internationale, Première Assemblée Générale, Rome, Mai 1922, Section de Géodésie, Bulletin Géodésique, 1 (1922) 159–161.

- [5] Cdt. Benoit, Note sur une méthode de résolution des équations normales provenant de l'application de la méthode des moindres carrés à un système d'équations linéaires en nombre inférieur à celui des inconnues, (Procédé du Commandant Cholesky), Bulletin Géodésique, 2 (1924) 67–77.
- [6] C. Brezinski, André Louis Cholesky, Publication ANO–347, Laboratoire d'Analyse Numérique et d'Optimisation, Université des Sciences et Technologies de Lille, Novembre 1995.
- [7] J.–P. Callot, *Histoire de l'Ecole Polytechnique*, Les Presses Modernes, Paris, 1959.
- [8] J.–L. Chabert et al., *Histoires d'Algorithmes*, Belin, Paris, 1994.
- [9] L. Fox, H.D. Huskey, J.H. Wilkinson, Notes on the solution of algebraic linear simultaneous equations, Quart. J. Mech. Appl. Math., 1 (1948) 149–173.
- [10] J. Meinguet, Refined error analysis of Cholesky factorization, SIAM J. Numer. Anal., 20 (1983) 1243–1250.
- [11] J. Todd, The prehistory and early history of computation at the U.S. National Bureau of Standards, dans *A History of Scientific Computing*, S.G. Nash ed., Addison–Wesley, Reading, 1990, pp. 251–268.
- [12] A.M. Turing, Rounding–off errors in matrix processes, Quart. J. Mech. Appl. Math., 1 (1948) 287–308.

Laboratoire d'Analyse Numérique et d'Optimisation
UFR IEEA – M3
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 – Villeneuve d'Ascq cedex, France
e-mail: brezinsk@omega.univ-lille1.fr