A PROPOS DE L'UTILISATION PAR NICOLE ORESME D'UNE ARGUMENTATION "PROBABILISTE"

Norbert Meusnier

I. Dans le livre "Du ciel et du monde", traduction en français avec commentaire du "De Caelo" d'Aristote que Nicole Oresme termine en 1377, on peut lire dans le commentaire du chapitre 29 du livre I, où il s'efforce de remettre en cause l'argumentation d'Aristote, le passage suivant: "Premièrement je pose avec Aristote, bien que ce soit faux, que le monde et les mouvements du ciel sont éternels par nécessité, sans commencement et sans fin. Après *je suppose comme chose possible que certains des mouvements du ciel* simples et réguliers sont *incommensurables*, et cela comme l'on dirait que c'est possible que le nombre total des étoiles soit nonpair. Et aussi comme l'on ne peut savoir certainement ni évidemment si le nombre de toutes les étoiles est pair ou nonpair, semblablement tous les hommes mortels qui furent et qui seront ne pourraient en lumière naturelle trouver ni savoir de [façon] certaine si tous les mouvements du ciel sont commensurables ou si certains d'eux sont incommensurables, car par une partie de mouvement laquelle serait insensible et imperceptible, posé qu'elle fût cent mille fois plus grande, deux mouvements quelconques du ciel ou autres seraient incommensurables qui sembleraient être commensurables. Et ceci est tout notoire ou manifeste à ceux qui sont exercés en géométrie. Et l'on doit savoir que les choses sont commensurables quand la proportion de l'une à l'autre peut être trouvée en nombres. Et quand elle ne peut, les choses sont incommensurables. *Et que certains des mouvements du ciel soient incommensurables, c'est plus vraysemblable que n'est l'opposite*, comme je montrai jadis par plusieurs persuasions en un traité intitulé "De Commensurabilitate vel incommensurabilitate motuum celi". Or *supposons donc comme chose possible et vraysemblable, combien qu'elle ne soit pas certaine, que certains mouvements du ciel sont incommensurables*" [1].

Cette proposition qu'il est *plus vraysemblable* que les mouvements du ciel soient incommensurables que commensurables, Oresme l'a utilisée dans plusieurs ouvrages en dehors de celui-ci, le "De commensurabilitate" comme il le dit lui-même, les "Questiones de Spera", "Questiones super de Celo", "Questiones super geometriam Euclidis", "Quodlibeta", le "Ad pauca respicientes" et le "De proportionibus proportionum", mais c'est dans ce dernier ouvrage qu'il en élabore en détail une démonstration qui peut-être qualifée de mathématique.

II. Le "De proportionibus proportionum" dont on pense qu'il a pu être écrit entre 1351 et 1360 [2] est un traité de 4 chapitres dont les trois premiers développent une classification et une théorie des rapports de rapports suscitée par l'approfondissement de la loi de Bradwardine sur les vitesses des mouvements: à des vitesses en progression arithmétique correspondent des rapports de forces à résistances en progression géométrique, ou si l'on veut:

$$\text{si } V_2 = 3V_1 \text{ alors } \frac{F_2}{R_2} = \left(\frac{F_1}{R_1}\right)^3 \text{ ou } \left(\frac{F_1}{R_1}\right)^{V_2/V_1}$$

Le quatrième chapitre est une application des résultats des trois premiers en vue d'établir un certain nombre de propositions sur le mouvement local et le mouvement céleste.

Il me paraît ici indispensable, pour la compréhension de la démarche d'Oresme, de rappeler brièvement les points essentiels de sa théorie des "rapports de rapports", telle que l'a clarifiée Grant dans son introduction au "De proportionibus".

Dans la terminologie d'Oresme si 2 rapports A et B sont tels que $A > B$, avec n et m entiers:

B est une "partie" de A si $B = (A)^{1/n}$

Dans ce cas *A est commensurable à B*: $A = B^n$

B est des "parties" de A si $B = (A)^{m/n}$ $(n > m > 1)$

Dans ce cas *A est commensurable à B* car A et B ont une mesure commune dans le rapport $(A)^{1/n}$

L'"exposant" est ce qu'il nomme le "*rapport des rapports*".

Ainsi dans la "loi de Bradwardine" le rapport des vitesses V_2/V_1 est un "rapport de rapports".

Ceci étant, Oresme distingue 3 types de rapports:

(1) *Les rapports rationnels*: $\frac{A}{B} = n$; $\frac{A}{B} = \frac{p}{q}$

(2) *Les rapports irrationnels I* qui sont commensurables à des rapports rationnels:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{p/q}$$

avec $\frac{A}{B}$ rapport rationnel et p/q rationnel.

Enfin il suppute l'existence, écrivant «*Il est vraisemblable qu'il y en a*» [3], mais sans être capable de les exprimer, d'une troisième catégorie de rapports:

(3) *Les rapports irrationnels II* qui ne sont pas commensurables à un rapport rationnel:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{n}$$

avec $\left(\frac{A}{B}\right)$ rapport rationnel et n qui n'est pas rationnel.

Il est donc facile d'envisager l'existence de 9 types de "rapports de rapports", chacun d'entre eux pouvant être:

— Rationnel: si les rapports sont reliés par un exposant rationnel.

— Irrationnel: si les rapports ne peuvent pas être reliés par un exposant rationnel.

Examinons dans le détail les rapports de rapports mentionnés explicitement par Oresme:

A - Les "rapports de rapports" rationnels:

(1) un rapport rationnel commensurable à un autre rapport rationnel.
ex: 8/1 et 2/1; $8/1 = (2/1)^{3/1}$

(2) un rapport irrationnel I commensurable à un autre rapport irrationnel I.

ex: $(4/1)^{1/2}$ et $(2/1)^{1/2}$;
$(4/1)^{1/3} = [2/1^{1/2}]^{4/3}$

ex: $(8/1)^{\sqrt{2}}$ et $(2/1)^{\sqrt{2}}$;
$(8/1)^{\sqrt{2}} = [(2/1)^{\sqrt{2}}]^{3/1}$

De même n'est-ce qu'à l'occasion du théorème qui nous intéresse plus particulièrement qu'il envisage seulement la possibilité des "rapports de rapports" obtenus à partir de rapports de 2 types différents, soient les 6 autres types de "rapports de rapports" possibles.

B - Les "rapports de rapports" irrationnels:

(1) un rapport rationnel incommensurable à un autre rapport rationnel.
ex: 9/1 et 2/1

(2) un rapport irrationnel I incommensurable à un autre rapport irrationnel I.

ex: $(3/1)^{1/4}$ et $(2/1)^{1/2}$

(3) un rapport irrationnel II incommensurable à un autre rapport irrationnel II. Oresme ne donne pas d'exemple mais on peut envisager le suivant:

ex: $(8/1)^{\sqrt{2}}$ et $(5/1)^{\sqrt{2}}$

III. Après avoir établi, dans le chapitre III, 9 propositions concernant les "rapports de rapports", Oresme en vient à la proposition X qu'il présente en ces termes:

> Mais finalement j'établis une autre proposition qui semble suivre des précédentes, et dont les fruits, grâce à Dieu, apparaitront difficilement futiles par ce qui va suivre. En effet, plus tu y réfléchiras, de même que sur les choses qui s'en déduisent, plus tu l'admireras. La proposition est la suivante:
>
> *Proposition X. Etant proposés deux rapports inconnus, il est vraisemblable qu'ils sont incommensurables; si par ailleurs sont proposés beaucoup de rapports inconnus, il est très vraisemblable que l'un sera incommensurable à un autre...* [4].

La démonstration que fait Oresme de cette double proposition se décompose donc en deux parties, la première portant sur le cas de deux rapports inconnus et se subdivisant elle-même en 4 moments, la deuxième envisageant le cas où sont pris en compte un plus grand nombre de rapports inconnus.

Le schéma de la démonstration est le suivant:

A - Cas de 2 rapports inconnus:

a) étant donné 2 rapports inconnus rationnels:
— antécédente: les incommensurables sont plus nombreux que les commensurables.
— conséquente: il est vraisemblable que 2 rapports inconnus sont incommensurables.

b) démonstration de l'antécédente: par dénombrement.

c) démonstration de la conséquente: par analogie avec les jeux et la notion de prudence.

d) extension de la démonstration à 2 rapports de n'importe quel type.

B - Cas où l'on considère plus de 2 rapports inconnus:

e) simple énonciation.

Examinons alors le détail de cette "démonstration";

A - Cas de deux rapports inconnus:

a) Ayant mis en évidence dans le chapitre I qu'il y avait trois types de rapports — comme nous l'avons vu précédemment — Oresme considère

2 rapports inconnus du 1er type pris dans un ensemble aussi grand que l'on veut de rapports de ce type.

> Ceux qui sont mutuellement commensurables sont beaucoup moins nombreux que ceux qui sont incommensurables, et ainsi il est vraisemblable que deux de ces rapports inconnus donnés sont incommensurables [5].

b) Pour démontrer l'antécédente, il considère l'ensemble des rapports "multiples" de 2/1, 3/1, à 101/1. Si on les compare 2 à 2, nous dit-il, il y a 4950 rapports de rapports — i.e. $(100 \times 99)/2$ — plus grands que l'unité, et comme il le montre par la suite — c'est l'objet de la proposition XI — parmi ceux-là 25 seulement sont rationnels [6]. D'après les propositions établies antérieurement, entre 2/1 et 101/1 les rapports mutuellement conmensurables sont les suivants:

2/1; 4/1; 8/1; 16/1; 32/1; 64/1
3/1; 9/1; 27/1; 81/1;
5/1; 25/1;
6/1; 36/1;
7/1; 49/1;
10/1; 100/1

Il y en a ainsi 18 [7], et s'ils étaient tous mutuellement commensurables il y aurait 153 — $(18 \times 17)/2$ — «rapports de rapports» rationnels; mais ils ne sont en fait mutuellement commensurables que dans chaque série, et ainsi n'y a-t-il que 25 [8] rapports de rapports rationnels, pour 4925 rapports de rapports irrationnels.

> Ainsi le rapport de ceux qui sont irrationnels à ceux qui sont rationnels est-il comme 197 à 1 [9].

Et si au lieu de 100 termes on en prend 200 ou 300, le rapport des irrationnels aux rationnels sera beaucoup plus grand, écrit-il, mais sans faire de calcul explicite. Maintenant, si on prend des rapports dans un autre genre que le "genre multiple", il y aura encore moins de rapports mutuellement commensurables — mais il ne le montre pas, sauf pour les rapports du type superparticulier, $n/n+1$, qui sont mutuellement incommensurables — et encore moins si on les prend dans des genres différents — mais il ne le montre que pour ceux qui font intervenir le genre multiple qui sont incommensurables aux autres rapports d'autres genres —.

> Et ainsi, si tous les rapports multiples en dessous de 100/1 sont pris, seulement 16 seront commensurables à un rationnel en dessous de 100/1 [10].

c) Voilà la première partie de la proposition "démontrée"; pour passer à la conséquente, Oresme considère des exemples: si on prend un ensemble de nombres qui se suivent, le nombre des nombres parfaits ou des nombres cubiques est beaucoup moins grand que celui des autres nombres et, plus on prend un grand nombre de nombres, plus le rapport des non cubes aux cubes ou des non parfaits aux parfaits est grand.

> Ainsi s'il est un nombre dont on ignore absolument ce qu'il est, sa taille et s'il est grand ou petit, comme c'est le cas du nombre des heures qui passeront avant l'antéchrist, *il est vraisemblable qu'un tel nombre inconnu ne sera pas un nombre cubique. Une situation analogue se présente dans les jeux* où si quelqu'un demande si un nombre caché est un nombre cubique, *il est plus prudent de répondre négativement puisque cela paraît plus probable et plus vraisemblable* [11].

On peut donc appliquer cela aux rapports de "rapports rationnels" [12].

> Et d'autant plus si l'on y réfléchit attentivement qu'on trouverait qu'entre des rapports de rapports rationnels ceux qui sont rationnels sont moins nombreux que les nombres cubiques dans un ensemble de nombres. Donc si un rapport de rapports inconnu est recherché, il est vraisemblable qu'il est irrationnel et que les rapports sont incommensurables [13].

d) Cela pour des rapports rationnels. Si ce sont des rapports de "rapport irrationnels" commensurables à des rationnels, il est vraisemblable que ces rationnels sont incommensurables; donc il est vraisemblable que les rapports irrationnels sont eux-même incommensurables. Le même raisonnement est tenu pour les rapports irrationnels du 2ᵉ type. Enfin il envisage des rapports appartenant à 2 catégories différentes et le raisonnement est encore le même.

B - Cas où l'on considère plus de 2 rapports inconnus:

> e) Ainsi il est clair qu'avec deux rapports inconnus proposés — qu'ils soient rationnels ou non — *il est vraisemblable qu'ils sont incommensurables*, ce qui était proposé en premier lieu. *Donc, si de nombreux rapports inconnus sont proposés, il est encore plus vraisemblable que l'un d'entre eux sera incommensurable à un autre*, ce qui était proposé en second. *Et plus il y en a, plus on doit croire* que l'un d'entre eux est incommensurable à un autre, car s'il est vraisemblable qu'un rapport de rapports proposé est irrationnel, c'est très vraisemblable quand beaucoup sont proposés que l'un d'entre eux sera irrationnel, comme on pourrait le montrer dans l'exemple portant sur les nombres cubiques [14].

Dans le 4ᵉ chapitre, Oresme applique les résultats de la proposition X à 2 vitesses, les rapports des vitesses étant des rapports de rapports, ce qu'il déduit de la loi de Bradwardine; il est donc vraisemblable qu'elles soient incommensurables et pour un plus grand nombre de vitesses, il est encore plus vraisemblable que l'une soit incommensurable à quelque autre. De même, bien sûr, pour les distances et pour les temps. En particulier 1 jour et 1 année: «Il est vraisemblable que ce sont des temps incommensurables», et il est donc impossible, s'il en est ainsi, de trouver la vraie longueur de l'année. Puis il termine sur des propositions identiques à propos des mouvements des corps célestes, et annonce qu'il démontrera dans un chapitre ultérieur — qui n'existe plus — des propositions déjà énoncées ailleurs — probablement dans le "Ad pauca respicientes" — qui énoncent *l'impossibilité* [15] de la reproduction des conjonctions de deux ou plusieurs corps célestes et permettent de dénoncer des erreurs philosophiques,

> comme celle au sujet de la Grande Année, que certains disent être égale à 36000 ans, disant que les corps célestes étaient dans un état initial et y retournent et que les aspects du passé se retrouvent comme dans le passé; et d'autres erreurs de ce type que les gens ont été accoutumés à rejeter non par des démonstrations mais par la lutte et le verbiage. Mais il est préférable d'attaquer les philosophes avec la philosophie et les mathématiciens avec les mathématiques, tout comme Goliath fut touché à mort par la bonne arme, et c'est ainsi de même, que la vérité est révélée et l'erreur détruite [16].

C'est cet argument de la vraisemblance de l'incommensurabilité des mouvements célestes dont il se sert à plusieurs reprises dans différents ouvrages pour dénoncer la vanité de l'astrologie judiciaire.

IV. Faut-il parler sans plus de "probabilité mathématique" [17] pour caractériser l'argument d'Oresme? En latin, dans le "De Proportionibus", il emploie toujours le terme "verisimilis" [18] — ou "verisimile" ou "verisimilius" ou "verisimillimum" — vraisemblable, le semblable au vrai, et une seule fois "probabilis" mais associé avec "verisimilis" dans l'expression «cela paraît plus probable et plus vraisemblable», à propos du jeu qui consiste à savoir si un nombre inconnu est cubique ou non, la légitimation de cela étant pour Oresme qu'une telle réponse accorde *le plus probable et le plus prudent*. Les traductions en anglais [19] introduisent sur ce point précis une confusion qui masque précisément la difficulté que nous pouvons avoir maintenant à interpréter sans anachronisme et sans finalisme la manipulation apparemment nouvelle par Oresme d'une notion très classique, "ouverture" rendue possible d'un glissement sur le terrain mathématique — arithmétique — par le biais du jeu et du modèle de rapports d'ignorance et de doute que celui-ci introduit entre les hommes et les faits, "ouverture" potentielle qui paraît d'ailleurs n'avoir eu aucun prolongement chez ceux qui eurent connaissance de ces travaux [20].

Ne perdons pas de vue que le "probable" relève dans la philosophie du Moyen-Age de la logique et plus particulièrement de la rhétorique de l'opinion, qu'il a pour but de qualifier les faits contingents, les faits d'opinion, quand la certitude ne concerne que les vérités nécessaires de foi et de raison, que si toutes les acceptations du mot renvoient à l'idée de preuve, au fait que sera "probable" ce dont on peut fournir des preuves — quand il en est de même de l'opposé —, celles-ci peuvent prendre selon les contextes la forme de l'approbation — et on peut comprendre ainsi comment le probable peut-être défini en rapport à la prudence — aussi bien que se manifester par l'épreuve. Alors, là où ne peut être atteint la certitude, il peut être possible d'atteindre une "*certitude probable*" dit Thomas d'Aquin; le "probable" y signifie ce qui est vrai dans la plupart des cas; ainsi voit-on dans ce qui aux yeux de cet auteur paraît être la raison même du probable, formulée cette idée qu'un jugement qui éprouvé plusieurs fois se révèle *vrai la plupart du temps* est considéré comme *probable en ce sens qu'on le croira vrai probablement.* «Le probable est le semblable du vrai» écrit Albert le Grand; ainsi peut-on imaginer qu'il est "vraisemblable" qu'un nombre inconnu est non-cubique de ce fait que dans un ensemble de nombres qui se suivent, si on affirme de chaque nombre qu'il est non-cubique, cela sera vrai la plupart du temps [21].

Dans le "Ad pauca respicientes" [22], après avoir énoncé que de deux affirmations contradictoires dont l'une est nécessaire et l'autre impossible, sans qu'il nous soit possible de savoir laquelle est nécessaire, Oresme montre que certaines situations conduisent à des affirmation dont on dira qu'elles sont également possibles — problème neutre — alors que d'autres comme le "Nombre des étoiles n'est pas cubique", on dit qu'elles sont *possibles, probables et vraisemblables,* marquant l'idée que de ce qui est probable on peut extraire le semblable au vrai, ce qui est peut-être encore mieux exprimé dans l'expression «cela paraît plus probable et plus vraisemblable» [23], citée plus haut, en ce sens que plus on peut apporter de "preuves", *plus il est prudent de croire que c'est vrai.*

Il s'agit néanmoins ici dans le "De Proportionibus" d'affirmer le caractère "vraisemblable" d'une proposition — surtout si l'on s'en tient au cas précis des rapports de rapports rationnels multiples — au moyen d'un critère quantitatif effectif. Si Oresme ne fait qu'utiliser l'un des modes de raisonnement de la logique du probable scolastique tel qu'on peut le trouver chez Thomas d'Aquin ou bien encore chez un auteur du XIIè siècle comme Jean de Salisbury qui écrit «Ce qui est toujours, ou très fréquemment ainsi, ou bien est probable ou bien semble probable, même s'il est possible qu'il en soit autrement», le contexte arithmétique du problème envisagé, qui favorise l'expression quantifiée du déséquilibre enregistré entre les témoignages favorables à une thèse et ceux qui le sont à la thèse contraire, permet de rendre explicite et quantitative une liaison "intuitive" entre le "probable" et le "vraisemblable" [24]. Cependant, si Oresme utilise l'arithmétique pour montrer que l'on peut croire probablement à l'incommensurabilité de deux rapports inconnus, s'il arithmétise dans ce cas bien précis la notion de vraisemblable, ce qui le conduit sur des chemins où il nous paraît recontrer ponctuellement ceux que parcourra trois siècles plus tard Jacques Bernoulli [25], ce n'est pas pour autant qu'il est possible sans prendre de très grandes précautions, de parler à son sujet de l'utilisation d'une notion de "probabilité mathématique" [26].

NOTES

1. Oresme, *Le Livre du ciel et du monde*. Livre I, Chap 29, fol 44b-44d, p. 196, lignes 99 à 121, de l'edition de Menut.

2. Oresme, *De proportionibus proportionum*, (noté maintenant DPP), p. 11 à 82. Je ne fais que reprendre très succinctement dans ce paragraphe quelques éléments de l'énorme et méticuleux travail d'Edward Grant.

3. *DPP*, chap III, p. 252, lignes 406 à 411. «Et si forte essent de tertio modo proportionum, si sint alique tales ita quod nullam haberent denominationem adhuc estimandum esset, et *verisimile est*, quod ita sit de illis sicut de aliis quantum ad hoc, scilicet quod inter proportiones illarum proportionum rationales sunt rariores quam irrationales ideo *verisimile esset* proportiones propositas incommensurabiles esse». Il est remarquable qu'Oresme utilise dans la même phrase la même expression pour exprimer l'idée qu'il est *vraisemblable* qu'il existe des rapports irrationnels II, ce qui peut être qualifié d'argument rhétorique qualitatif, et d'autre part qu'il est *vraisemblable* qu'un rapport inconnu de ce type est irrationnel, argument qui s'appuie par contre sur toute l'élaboration quantitative qui fait l'objet de la proposition X; "vraisemblance qualitative" dans le premier cas, "vraisemblance mathématique" dans le deuxième: à usage rhétorique dans les deux cas.

4. *DPP*, chap III, p. 246, lignes 329 à 335. «Sed finaliter pono unam aliam conclusionem que videtur sequi ex precedentibus cuius fructus non modicus per dei gratiam in sequentibus apparebit. Et tanto amplius admiraberis quanto circa eam et ea que ex ipsa sequuntur profundius cogitabis. Conclusio est ista:

Decima conclusio. Propositis duabus proportionibus ignotis verisimile est eas incommensurabiles esse; quod si multe proponantur ignote verisimilimum est aliquam alicui incommensurabilem fore»

Voici la traduction en anglais que donne Ed. Grant: DPP, p. 247.

«But finally, I set forth one other proposition which seems to follow from what has preceded, the fruits of which, by the grace of God, will hardly appear trifling in what follows. Indeed, you will admire it even more as you reflect more deeply upon it and the things which follow from it. The proposition is as follows:

Proposition X: It is probable that two proposed unknown ratios are incommensurable because if many unknown ratios are proposed it is most probable that any (one) would be incommensurable to any (other)».

Je ne suis donc pas d'accord avec la traduction de Grant sur deux points:

a) "*Quod si*": qu'il traduit par "*because if*" faisant du premier volet de la proposition X — «propositis duabus proportionibus ignotis verisimile est eas incommensurabiles esse» — la conséquence du deuxième volet — «Si multe proponantur ignote verisimilimum est aliquam alicui incommensurabilem fore» — alors que je propose au contraire de comprendre que le deuxième est "en partie" la conséquence du premier: aussi ai-je préféré traduire "quod si" par "si par ailleurs" plutôt que par "à cause de quoi", afin de rendre le fait que la conséquence n'est pas directe (voir à ce sujet la note 14).

b) "*aliquam alicui*" qu'il traduit par "*any (one)... to any (other)*", alors que je propose de comprendre «l'un (d'entre eux)... à un autre (d'entre eux) (voir également la note 14).

Dans son introduction — DPP p. 40-41 — Grant parle d'"*antécédent*" et de "*conséquent*" comme éléments de la démonstration de la proposition X, mais en fait ces deux moments de la démonstration ne concernent que le premier volet de la proposition. Quant au deuxième, il le "comprend" comme un simple argument à l'appui de la démonstration du premier — DPP p. 40 et p. 247 — comme si le "haut degré de probabilité" que 2 rapports quelconques inconnus soient incommensurables dépendait du fait que «dans un grand nombre de rapports il est très probable que chacun d'entre eux, pris au hasard, est incommensurable à n'importe quel autre pris également au hasard», ce qui est proprement incompréhensible! [Note de l'éditeur (P.S.): voir supra p. 42-43, n. 22, la discussion de E. Grant].

5. *DPP*, chap III, p. 246, lignes 345 à 348: «multo pauciores sunt que sunt invicem commensurabiles et que sunt incommensurabiles multo plures. Igitur duabus earum ignotis propositis verisimile est eas incommensurabiles esse».

6. Oresme consacre la proposition XI et les lignes 440 à 528 à démontrer ce résultat en développant des considérations d'analyse combinatoire.

7. $6+4+2+2+2+2=18$.

8. $C^2_6+C^2_4+C^2_2+C^2_2+C^2_2+C^2_2=15+6+1+1+1+1=25$.

9. *DPP*, chap III, p. 258, lignes 497-498: «Est igitur proportio irrationalium istarum ad rationales sicut 197 ad 1».

10. *DPP*, chap III, p. 248, lignes 366 à 368: «Unde si capiantur omnes multiplices citra centum nulla est commensurabilis alicui rationali minori 100^{la}, exceptis 16, ut videbitur postea» "exceptis 16" est probablement une erreur de transcription pour "exceptis 18".

11. *DPP*, chap III, p. 248-249, lignes 374 à 380. «Ideo si sit aliquis numerus de quo penitus ignoretur, quis est aut quantus, et utrum sit magnus vel parvus, sicut forte numerus horarum omnium que transibunt antequam antichristus erit, verisimile est quod talis numerus sit non cubicus; sicut est in ludis si peteretur de numero abscondito utrum sit cubicus vel non, tutius est respondere quod non cum hoc probabilius et verisimilius videatur».

12. Ainsi le "modèle" sur lequel Oresme s'appuie analogiquement pour assurer la validité de son assertion "probabiliste" est-il emprunté à l'univers des jeux, où le critère de décision est celui de la "prudence", une prudence de type juridique qui incline à opter pour l'opinion qui recueille le plus de suffrages.

13. *DPP*, chap III, p. 250, lignes 383 à 389. «Ymo quod plus est si quis diligenter consideraverit inveniret quod inter proportiones proportionum rationalium generaliter rariores sunt ille que sunt rationales quam sint numeri cubici in multitudine numerorum. Igitur si de aliqua proportione proportionum ignota petatur verisimile est illam esse irrationalem et proportiones quarum ipsa est proportio incommensurabiles esse...».

14. *DPP*, chap III, p. 252 et 254, lignes 426 à 434. «Patet itaque quod duabus proportionibus ignotis propositis quales fuerint sive rationales sive non, verisimile est illas incommensurabiles esse quod fuit primo propositum. Igitur si proponantur multe verisimillius est aliquam alicui incommensurabilem fore quod est secundo propositum. Et quanto plures essent, tanto magis credendum esset quod aliqua sit alicui incommensurabilis, si enim proposita una proportione proportionum verisimile est illam irrationalem esse, propositis pluribus verisimillimum est aliquam irrationalem fore sicut posset in exemplo de numeris cubicis declarari».

A l'appui de ce que j'écrivais dans la note (4), tout le passage cité ici commençant par "Igitur..." — "igitur" traduit sans aucune ambiguité possible par "donc" et qu'il faut rapprocher du "quod si" de la proposition X — permet de comprendre la logique du deuxième volet de la proposition X: étant donné un ensemble de rapports quelconques, s'il est vraisemblable qu'un couple de rapports pris parmi eux est tel que les 2 rapports de ce couple sont incommensurables, alors si nous considérons non pas un couple mais 2, 3, 4, ... un grand nombre de couples de rapports, il est encore plus vraisemblable que l'un de ces couples est tel que les 2 rapports de ce couple sont incommensurables. Si l'intuition d'Oresme est parfaitement claire, et s'il est un fait que nous pouvons la légitimer du point de vue moderne du calcul des probabilités, rien ne prouve — bien au contraire — qu'il envisageait clairement le moyen de la démontrer. D'abord, pourquoi envisage-t-il ainsi plusieurs couples de rapports? Tout simplement parce que son but fondamental — c'est l'objet du chapitre IV - est de démontrer l'incommensurabilité des mouvements célestes. Or ceux-ci sont le fait de plusieurs planètes — 5 — et de la sphère des fixes; il y a donc au moins 6 mouvements; leurs vitesses, distances, temps s'expriment sous forme de rapports et comparés deux à deux ces mouvements s'expriment par 15 — i·e·. $C^2_6 = 15$ — rapports de rapports.

Puis pour toute justification de sa proposition, il nous renvoie à l'exemple des nombres cubiques, renforçant par là-même l'importance analogique de ce modèle — voir note (12) —. Envisageons ce qu'il aurait pu nous dire: Etant donné un nombre inconnu, il est vraisemblable que ce nombre n'est pas un nombre cubique — parce qu'il y a dans un ensemble de nombres qui se suivent beaucoup plus de nombres qui ne sont pas cubiques que de nombres qui sont cubiques et qu'il est donc plus prudent de penser que ce nombre inconnu est non-cubique —. Si l'on donne maintenant plusieurs nombres inconnus, il est encore plus vraisemblable que parmi eux il y a un nombre non-cubique... Mais pourquoi?... Intuitivement, parce que plus il y en a, plus il paraît "difficile" que tous soient des nombres cubiques. Schéma de pensée simple (!?) pour nous, mais dont rien ne nous indique dans ce texte comment Oresme l'entrevoyait et s'il lui était possible de le traduire quantitativement. [Utilisant le calcul des probabilités, désignant par p la "vraisemblance" qu'un nombre soit non-cubique, on pourrait risquer une traduction formelle de ce schéma en écrivant que la "vraisemblance" P, que parmi n nombres donnés, il y en ait un — au moins un! — qui soit un nombre non-cubique, est:

$$P = 1-(1-p)^n$$

On constate bien que $P < p$ car $1-(1-p)^n < p$ — soit $(1-p) > (1-p)^n$ — pourvu que p soit différent de 0 ou de 1, et cela est "d'autant plus vrai" que p est proche de 1 et n grand.]

15. *DPP*, chap IV, p. 304 à 308, lignes 566 à 614. Il est remarquable qu'Oresme passe alors de la vraisemblance de l'incommensurabilité, vraisemblance "théorique", à *l'impossibilité* "physique", concrète, des reproductions de conjonctions. (voir plus loin la notion de "certitude probable").

16. *DPP*, chap IV, p. 306-308, lignes 607-613. «sicut de anno magno quem aliqui posuerunt 36000 annorum dicentes corpora celestia ad statum pristinum tunc reverti et aspectus preteritos ab antiquo iterum consimiliter ordinari; et cetera talia que alii non demonstrationibus sed iurgiis et garrulationibus sunt assueti reprobare. Bonum enim est ex philosophia philosophos et ex mathematica mathematicos impugnare ut golias proprio gladio feriatur manifestetur quoque veritas et falsitas destruatur».

17. *DPP.*, p. 441. Grant écrit: «The ultimate purpose of all this is to show convincingly that even if we cannot determine whether the celestial motions are commensurable or incommensurable, *it is mathematically probable* that they are incommensurable».

Dans leur article "On the Emergence of Probability" — voir bibliographie — Garber et Zabell, qui sont les seuls à ma connaissance à mentionner la démarche probabiliste d'Oresme — encore que ce soit de manière très superficielle — au cours d'un travail portant sur l'histoire de la théorie des probabilités écrivent, p. 47: «Yet the concepts of probability they use [Cicero, Quintilian, John of Salisbury, *Nicole Oresme*] bear striking resemblances to *the modern concept of probability*, the concept that Hacking claims originated only in the 17^{th} century».

18. De même, en français, dans le livre «Du ciel et du Monde», Oresme emploie-t-il toujours le terme "*vraysemblable*" — voir plus haut le passage cité, de la page 196, et également les p. 204, 208 et 240 — sauf une fois — p. 240 ligne 82 — où il utilise l'expression "*il est provable*".

19. Dans le livre *Du ciel et du Monde*, Menut traduit "*vraysemblable*" par "*likely*" (4 fois), "*probable*" (5 fois), "*credible*" (2 fois), et même par "*quite possible*" (1 fois)! "*provable*" est traduit par "*probable*".

Grant, quant à lui, traduit en général "*verisimilis*" par "*probable*" mais aussi quelquefois par "*likely*": DPP, p. 246, ligne 347; p. 248, ligne 377. Lorsque "*probabilis*" et "*verisimilis*" sont associés, alors c'est "*probabilis*" qui est traduit par "*probable*" et "*verisimilis*" par "*likely*", p. 250, ligne 380; p. 384, ligne 29. Cette tendance à confondre les deux termes "*verisimilis*" et "*probabilis*" est poussée si loin que dans son édition du "De commensurabilitate" Grant a traduit l'expression "*verisimilius et probabilius*" au moyen d'un seul terme "It is more probable"! («De commensurabilitate sive incommensurabilitate motuum celi». Ed. Grant. ed [Madison, Wisc, 1971] III. 457 p. 320).

20. Je note que se retrouvent comme "ingrédients" de la rhétorique probabiliste d'Oresme plusieurs des éléments qui se trouvent présents aux XVIè et XVIIè siècles dans la démarche que suivent à propos de problèmes de "prise de décision" Cardan, Pascal et Huyghens, en particulier le contexte ludique et le contexte juridique. — voir note (12) —.

21. Le probable, ai-je écrit au début de ce paragraphe, relève à l'époque d'Oresme de la rhétorique de l'opinion: le modèle du tribunal étant également très présent à l'esprit d'un logicien Scolastique lorsqu'il s'agit d'établir la "probabilité" d'un fait à partir de témoignages, on peut imaginer que chaque nombre est convoqué devant un tribunal où on lui demande de témoigner pour ou contre la vérité de la proposition: le nombre inconnu est-il cubique? Mais précisément, le modèle du jeu avec les nombres introduit la possibilité d'un type de "probabilité" différent de celui du modèle du tribunal: en effet, devant un tribunal les témoins qui défilent sont pour ou contre une opinion, une proposition, mais personne dans chaque cas n'est capable de dire si cette opinion corespond à la "vérité". Chaque nombre par contre est cubique ou non-cubique, cela est certain, il veut bien en témoigner, mais cela ne concerne que lui; par contre à eux tous ils témoignent du fait certain qu'il y a plus de non-cubiques que de cubiques; mais jusqu'ici ils n'ont rien "dit" à propos du nombre inconnu, contrairement aux témoins d'un tribunal qui donnent leur opinion. Et c'est la "*prudence*" qui dans les deux cas nous conduit vers le vraisemblable qui n'est pas la même; dans le premier cas la prudence consiste à s'en rapporter à l'opinion du plus fort, du plus important, ce qui peut être l'opinion du plus grand nombre; dans le deuxième cas, la prudence est celle du *joueur*, qui misera du côté où il a le moins de "chances" — de cas — de perdre, du côté où il y a le plus grand nombre de "possibles": intuition, peut-on dire, que l'expérience — au sens de la pratique — du joueur ne vient pas démentir, que bien au contraire elle renforce, mais rien ici de "*fréquentiel*", au sens où "fréquentiel" impliquerait l'idée de constater expérimentalement qu'un nombre inconnu, lorsqu'on peut se mettre en situation de le connaître, se révèle être le plus souvent non-cubique.

22. *DPP*, p. 384, lignes 14 à 38.

23. *DPP*, Chap III, p. 250, ligne 380; *De commensurabilitate* III. 457, p. 320.

24. Voir note (21). Je regrette beaucoup de n'avoir pu trouver aucune étude précise de type philologique sur les évolutions respectives des sens des mots "probabilis" et "verisimilis" entre l'antiquité classique et le XVIIè siécle; la plupart des études ne portent que sur "probabilis" et semblent avoir beaucoup de mal à "sortir" des textes de Thomas d'Aquin!

25. Sans entrer ici dans les détails d'une étude sérieuse qui reste maintenant à entreprendre — je n'ai pris conscience [le flash: quod si!] de l'importance réelle de la proposition X qu'après avoir passé un temps fou à tourner en rond au milieu de la délicieuse impression de ne rien comprendre à la pensée brumeuse d'Oresme, qui reposait à suivre l'interprétation de Grant sur un embryon très élémentaire et plutôt incohérent (voir note (4) de la "loi des grand nombres" — je peux souligner le point suivant: Oresme qui cherche avant tout à pouvoir établir qu'une proposition est vraie ou non (ou indécidable dans le cas neutre) ne "*pourrait*" envisager que des "vraisemblances" égales à 0, 1/2 ou 1, ou bien situées entre 1/2 et 1 mais "tendant" vers 1 ("plus vraisemblable") — à la rigueur "plus ou moins vite" — ou bien entre 1/2 et 0 — voir note (22) — alors que Bernoulli cherche à atteindre le "*poids*" d'un argument, d'un cas..., poids qui peut être un nombre compris entre 0 et 1, et, ce qui fait l'objet de son travail fondamental,à montrer qu'il peut être atteint avec une "vraisemblance" qui tend vers 1.

26. Cependant, il me semble que l'originalité et l'importance des considérations "probabilistes" d'Oresme sont totalement méconnues et inévaluées, non seulement en France où

c'est son oeuvre entière qui l'est — il n'existe aucune traduction en français de ses principaux ouvrages! et on a pu par ailleurs remarquer au cours de ces "journées" l'absence "modeste" de la plupart des chercheurs français dont on aurait pu attendre des contribution d'autant plus intéressantes que le terrain était moins fouillé — mais aussi par les chercheurs de langue anglaise, malgré le travail colossal qu'ils ont entrepris depuis une trentaine d'années sur l'ensemble de cette oeuvre.

BIBLIOGRAPHIE

ORESME, NICOLE, *De proportionibus proportionum* and *Ad pauca respicientes*, edited with introductions, English translations, and critical notes by Edward Grant, Madison, Milwaukee and London, 1966.

ORESME, NICOLE, *Le livre du ciel et du monde*, edited by Albert Menut and Alexander J. Denomy, OSB+. Translated with an introduction by Albert D. Menut, Madison, Milwaukee and London, 1968.

BYRNE, EDMUND F., *Probability and Opinion: A study in the medieval presuppositions of Post-medieval Theories of Probability*, M. Nijhoff, The Hague, 1968.

DEMAN, TH., *Probabilis*, dans la *Revue des sciences philosophiques et théologiques*, 22è année, Paris, 1933, p. 260-280.

GARBER D., ZABELL S., "On the Emergence of Probability" dans *Archive for History of Exact Sciences*, vol 21, 1979, p. 33-53.

GARDEIL A., "La certitude Probable" dans la *Revue des sciences philosophiques et théologiques*, 5è année, 1911, p. 237-266 et p. 441-485.

MICHAUD-QUANTIN, Pierre: *Etudes sur le vocabulaire philosophique du Moyen-Age* avec la collaboration de Michel Lemoine, Edizioni dell'Ateneo, Roma 1970, en particulier l'article: "Le vocabulaire du latin scolastique et la critique", p. 213-224.