



*Journ@l Electronique d'Histoire des
Probabilités et de la Statistique*

*Electronic Journ@l for History of
Probability and Statistics*

Vol 2, n°1b; Novembre/November 2006

www.jehps.net

Logique du probable de Jacques Bernoulli à J.-H. Lambert

Thierry Martin¹

Résumé

Le projet d'élaboration d'une logique du probable, formulé par Jacques Bernoulli dans l'*Ars conjectandi*, a été poursuivi par ses successeurs immédiats. On en trouve l'expression notamment dans le *Cours de logique* (≈ 1745) de Gabriel Cramer et dans la *Phénoménologie* (1764) de J.-H. Lambert. Nous nous proposons d'examiner ici la façon dont ces auteurs pensent la probabilité, et plus précisément leurs représentations du raisonnement probabiliste et de la probabilité des témoignages. Nous insistons notamment sur la théorie des syllogismes probables ici développée par J.-H. Lambert et montrons comment, malgré les différences qui distinguent ces deux mathématiciens, leurs contributions s'inscrivent dans le cadre d'une conception épistémique de la probabilité.

Abstract

The formulation of plan for a logic of probable, defined by Jacques Bernoulli in *Ars conjectandi*, was carried on by his near successors. This can especially be seen in Gabriel Cramer's *Cours de logique* (≈ 1745), and in J.-H. Lambert's *Phénoménologie* (1764). We here intend to investigate how the concept of probability is being dealt with by these authors and, more precisely, what is their representation of probabilistic reasoning and what is the representation of the probability of testimony. We more particularly dwell on the theory of probable syllogisms, here worked out by J.-H. Lambert, and we explain how, in spite of all the differences between both these mathematicians, their contributions take place in the outline of an epistemic conception of probability.

¹ Laboratoire *Logiques de l'agir* EA 2274, Université de Franche-Comté, thierry.martin@univ-fcomte.fr

Dans la postface qu'il ajoute à la publication des conférences données au Collège de France en novembre 1979 par Patrick Suppes et réunies sous le titre *Logique du probable*, Jules Vuillemin écrit : « La conception subjective que Bayes s'est faite des probabilités, sur laquelle M. Suppes insiste justement et qui est pourtant loin d'être étrangère à la tradition française, paraît être tombée dans l'oubli, malgré la parution, dans notre langue, du livre de De Finetti. On tend à regarder l'axiomatique de Kolmogoroff comme une machine sacrée, qui, en réglant les opérations du calcul mettrait fin aux discussions philosophiques et aux incertitudes concernant ce sur quoi ces règles portent. Ce n'était pas là l'attitude d'un Poincaré ou d'un Borel. Lorsque la présente étude fait reposer le concept de probabilité sur celui d'espérance mathématique, et, du coup, restreint l'importance du concept d'événement, elle retrouve donc une tradition bien fondée »². De fait, le projet d'édification d'une logique du probable s'est formé très tôt, puisqu'il est à l'œuvre dès la naissance de la théorie mathématique des probabilités. Non seulement Jacques Bernoulli lui-même entend inaugurer une telle logique, mais ses successeurs immédiats se proposent de poursuivre et de développer son entreprise. Ce dessein est explicitement formulé par Gabriel Cramer dans son *Cours de logique* rédigé vers 1745 et par J.-H. Lambert dans sa *Phénoménologie* publiée en 1764. Nous n'avons pas ici la prétention de rendre compte de l'ensemble des développements que reçoit le projet de logique probabiliste après 1713, mais seulement d'indiquer comment il se déploie dans le prolongement de l'*Ars conjectandi* bernoullienne, chez ces deux auteurs, dont les œuvres constituent, quoique pour des raisons différentes, d'excellents témoins de cette entreprise.

Il s'agit certes de deux textes de nature très différente. Tandis que le premier remplit une fonction à la fois pédagogique et initiatrice, s'adressant à un destinataire peu versé dans les mathématiques, le second entreprend de jeter les fondements d'une véritable syllogistique probabiliste. L'un comme l'autre, cependant, permettent d'appréhender la postérité immédiate de l'œuvre de Jacques Bernoulli en matière de logique probabiliste. C'est ce que nous souhaitons montrer ici, sans prétendre rendre compte en détail de tout le contenu de ces textes, mais en présentant la démarche mise en œuvre par Cramer d'une part, Lambert de l'autre, pour définir le raisonnement probable et penser la probabilité des témoignages, laquelle constitue, à l'instar de l'*Ars conjectandi*, un moment essentiel de leur analyse. Nous limiterons notamment notre analyse du *Cours de logique* de Gabriel Cramer, puisque nous l'avons déjà présentée dans un autre article auquel nous nous permettons de renvoyer le lecteur³.

² Suppes [1981, postface, p. 125].

³ Martin [2006b].

I. LE COURS DE LOGIQUE DE GABRIEL CRAMER.

Dans les années 1745, Gabriel Cramer, professeur à l'Académie de Genève, dispensa à l'intention d'une jeune femme, Marie Charlotte Boissier-Lullin⁴, un cours de logique dont une partie importante (§§ 448-547, soit 88 pages sur les 348 que compte le *Cours*) est consacrée aux probabilités. Ce cours est demeuré inédit jusqu'à ce jour. Nous avons, cependant, reproduit la partie probabiliste dans le volume 2/1 du *Journ@l Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*⁵. Celle-ci est importante non seulement parce qu'elle témoigne de la représentation que se fait l'Europe savante, et plus particulièrement Gabriel Cramer, du raisonnement probabiliste, mais aussi dans la mesure où, ainsi que l'a établi Jean-Daniel Candaux⁶, elle est à l'origine des articles « Probabilité » et « Induction » de l'*Encyclopédie*. Il convient toutefois d'indiquer que la transcription du texte effectuée par C. B. de Lubières n'en respecte ni la clarté ni la rigueur, comme nous croyons l'avoir montré dans l'article cité précédemment.

A. Le raisonnement probable

L'analyse par laquelle Cramer construit le concept de probabilité suit de très près le texte de l'*Ars conjectandi*. Mais, se situant exclusivement sur le plan épistémique, il se dispense de définir les concepts de contingence, de nécessité, etc., comme le faisait Bernoulli au début de la quatrième partie de son ouvrage. En effet, pour Gabriel Cramer, la probabilité ne mesure pas la possibilité de réalisation d'un événement futur, mais le degré de vraisemblance d'une proposition, et est donc définie en termes de degré de certitude affectée à une proposition. « Puisque la certitude entière, écrit-il, naît de l'assurance que l'on a de l'existence de toutes les conditions requises pour certaines vérités, et la probabilité de la connaissance qu'on a de l'existence de quelques unes de ces conditions, on regarde la certitude comme un tout et la probabilité comme une partie »⁷, formule qui reprend implicitement la définition donnée par Jacques Bernoulli selon laquelle « la probabilité est un degré de la certitude et en diffère comme la partie diffère du tout »⁸.

Et Cramer, ayant précisé que la logique est une discipline étrangère aux mathématiques⁹, développe une analyse essentiellement qualitative du probable, limitant le

⁴ Marie-Charlotte Boissier-Lullin est la nièce de Charles Benjamin de Lubières, lui-même élève de Cramer à l'Académie de Genève et correspondant de Voltaire. Pour plus de détail sur C. B. de Lubières, on se reportera à l'article de Jean-Daniel Candaux publié dans les *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* d'octobre 1993, Candaux [1993].

⁵ Cramer [2006]. Pour plus de détails sur l'établissement du texte, nous nous permettons de renvoyer le lecteur à notre brève présentation, accompagnant sa publication, Martin [2006a].

⁶ Candaux [1993].

⁷ Cramer [2006, § 455, p. 262].

⁸ Bernoulli [1713, iv^e partie, ch. II, p. 211] ; Meusnier [1987, p. 16].

⁹ « Les mathématiciens qui veulent mêler leurs calculs partout n'ont pas laissé échapper cette matière. Ils se sont avisés d'employer l'algèbre pour supputer ces degrés, et quoique la logique n'ait rien à faire avec ces

recours aux mathématiques à l'expression de la mesure des probabilités sous forme de rapports de grandeur et à quelques calculs élémentaires sur ces rapports. Son analyse est l'occasion de développer une ébauche de traitement syllogistique du probable. Il s'agit en fait plutôt d'une présentation syllogistique du raisonnement probable, que d'une véritable théorie des syllogismes probables. Ainsi, en est-il de la "probabilité composée", à propos de laquelle Cramer montre que la conclusion du raisonnement obtenue par combinaison de deux prémisses probables jouit d'un degré de probabilité égal au produit de leurs probabilités. L'analyse prend appui sur un exemple emprunté à Jacques Bernoulli ¹⁰ : mon ami ne m'ayant pas écrit depuis longtemps, je cherche à mesurer la probabilité que la cause en soit qu'il est trop absorbé par ses affaires. En supposant que la probabilité que mon ami soit absorbé par ses affaires soit égale à $\frac{3}{4}$ de certitude, et que la probabilité que, s'il a des affaires, il ne m'écrive pas, soit égale à $\frac{2}{3}$, on peut construire le syllogisme suivant ¹¹ :

Si mon ami a des affaires, il ne m'écrira pas.....	Prob. $\frac{2}{3}$
Mon ami a des affaires.....	Prob. $\frac{3}{4}$
Donc il ne m'écrira pas	Prob. $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ ou $\frac{1}{2}$

La place réduite faite aux mathématiques dans cette exposition du raisonnement probable n'a rien de surprenant. Elle tient déjà au statut reconnu à la logique à l'époque où Cramer rédige son cours. Elle tient tout autant à la fonction pédagogique d'un texte qui s'adresse à une jeune femme lettrée, certes, mais peu familière avec les mathématiques. Aussi, ce n'est pas sur la puissance ou l'élégance du formalisme, que Cramer fait porter ses efforts, mais sur la facilité d'intelligibilité de la logique probabiliste et sur ses applications à la pratique courante de la vie, comme en témoigne son constant recours à des exemples élémentaires.

calculs, il est pourtant de son ressort d'en démontrer au moins les principes et les fondemens, et d'en saisir la théorie d'une vue au moins générale », Cramer [2006, § 454, p. 262].

¹⁰ « Mon frère ne m'a pas envoyé de lettre depuis longtemps ; je ne sais s'il faut en accuser la paresse ou son manque de loisir : je crains même qu'il n'ait achevé sa vie. Il y a alors trois arguments de l'interruption de sa correspondance : la *paresse*, la *mort* et les *affaires...* », Bernoulli [1713, IV^e partie, ch. III, p. 217] ; Meusnier [1987, p. 28]. Mais Jacques Bernoulli ne se préoccupe nullement de calculer la valeur numérique de la probabilité de l'événement composé, pas plus qu'il ne s'emploie à mettre ces trois arguments en forme syllogistique. Il utilise cet exemple pour établir une distinction conceptuelle entre différentes espèces d'arguments selon qu'ils existent ou révèlent, et selon qu'ils le font nécessairement ou non. Et l'étude de ces arguments sera ensuite soumise à un traitement algébrique.

¹¹ Cramer [2006, § 490, p. 287].

B. La probabilité des témoignages

Cette même attitude peut se lire dans le traitement auquel il soumet la probabilité des témoignages. Cramer commence par reconnaître la nécessité du recours au témoignage dans l'élaboration de nos connaissances eu égard à l'étroitesse de notre connaissance empirique directe : « Nous ne pouvons pas tout voir, tout apercevoir, être présent à tout, il y a une infinité de choses, même des plus importantes que nous sommes obligés de croire même sur le rapport d'autrui. Et ce n'est pas un des articles les moins essentiels à la Logique, que celui où l'on enseignerait à déterminer au juste le degré d'assentiment qu'on doit donner au témoignage. Nous n'oserons promettre une détermination précise, nous essayerons seulement de donner quelques règles qui peuvent nous aider à en approcher »¹².

L'objet de l'analyse est ainsi de déterminer le degré de crédibilité que peut recevoir le témoignage. Mais, précise Cramer, cette analyse devra s'en tenir à l'énoncé de « quelques règles », en raison de la résistance que cette matière oppose au calcul et qui interdit d'espérer atteindre ici une « détermination précise ». Il ne s'agit pas là d'une simple formule de précaution, mais de la reconnaissance effective de la difficulté de l'entreprise, tenant, notamment, au caractère toujours particulier des différents témoignages et des éléments de singularité qu'ils intègrent. Et Lambert, à son tour, insistera sur cette limite qui pèse sur la portée de l'analyse.

Le traitement probabiliste du témoignage porte sur sa crédibilité, ou encore son « degré de vraisemblance extrinsèque ; le caractère non-contradictoire du contenu de l'information transmise par le témoignage, autrement dit sa possibilité, étant admis. Cette crédibilité résulte 1° du nombre des témoins, 2° de la confiance qu'on peut leur accorder.

L'analyse développée par Cramer s'emploie essentiellement à établir deux lois de variation du degré de validité du témoignage en fonction du nombre des témoins, à savoir 1° la loi de croissance de la probabilité du témoignage en fonction du nombre de témoins directs, 2° la loi d'affaiblissement de la probabilité du témoignage en fonction du nombre de témoins indirects, c'est-à-dire successifs. La première est vraisemblablement héritée de la théorie des témoignages simultanés élaborée à la fin du XVII^e siècle par George Hooper et par John Craig¹³. La seconde, déjà énoncée par Craig, est reprise sous une forme littéraire par Locke, à qui sans doute Cramer l'emprunte¹⁴.

¹² *Ibid.*, § 491, p. 288.

¹³ Hooper [1699]. La théorie de G. Hooper, d'abord publiée anonymement dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society*, sera rééditée en 1757. Elle sera notamment reprise ultérieurement par Bicquille dans son traité *Du calcul des probabilités*, cf. Bicquille [1783, ch. VII, p. 150-164]. Les *Theologiae christianae principia mathematica* de Craig sont publiés à Londres la même année que le texte de Hooper, puis réédités en 1755. Une traduction anglaise et un commentaire en ont été donnés par Richard Nash, cf. Nash [1991]. Sur l'histoire de la probabilité des témoignages, on peut notamment consulter Zabell [1988].

¹⁴ Cf. *An Essay Concerning Human Understanding*, [1690, liv. IV, ch. 16] ; tr. fr. par Pierre Coste, *Essai philosophique concernant l'entendement humain* [1700, rééd. Paris, Vrin, 1972, pp. 553-554]. Elle sera également reprise dans cette tradition anglaise par Hume (*A Treatise of Human Nature*, [1739, liv. I, part. III, sec. 13] ; tr. fr. par A. Leroy, *Traité de la nature humaine*, Paris : Aubier, [1946, pp. 229-230]).

L'établissement de ces deux lois mobilise la même démarche, et répond au même objectif. La réalité du phénomène qu'elles décrivent ne fait pas problème, il est admis comme une évidence, car on s'accorde aisément à reconnaître que plus un témoignage est corroboré par des témoins directs, plus il est fiable, et qu'au contraire, plus augmente le nombre d'intermédiaires entre l'émetteur d'une information et son récepteur, et plus croît le risque qu'il soit déformé. En revanche, la question soulevée par Cramer consiste à établir selon quelle progression s'effectue la croissance des témoignages simultanés d'un côté, l'affaiblissement des témoignages successifs de l'autre. Et l'analyse de Cramer consiste, après avoir formulé le problème, à en établir la solution sur un exemple numérique, puis à procéder à sa généralisation, mais sans que celle-ci ne conduise à l'énoncé d'une formule algébrique. Ainsi, pour nous en tenir à la première loi, après avoir posé que la certitude constitue la borne supérieure vers laquelle tend sans jamais l'atteindre la crédibilité d'un témoignage à mesure que s'accroît le nombre des témoins le confirmant, Cramer énonce que chaque témoin augmente la crédibilité totale du témoignage non pas d'une même valeur déterminée, mais proportionnellement à la force de son témoignage : « Le premier nous en approche d'une quantité qui a avec toute la lice, la même proportion que la force de son témoignage a avec la certitude entière. Si son assurance produit chés [*sic*] moi les $\frac{9}{10}$ de la certitude, je conçois que le 1^{er} témoin me fait faire les $\frac{9}{10}$ du chemin vers la certitude »¹⁵. Un second témoin, aussi digne de foi que le premier « m'avance sur la dixième restante précisément autant que le 1^{er} témoin m'avoit avancé sur l'espace total ; comme le 1^{er} m'avoit déjà amené aux $\frac{9}{10}$ du chemin vers la certitude, celui-ci m'en approche encore des $\frac{9}{10}$ de cette dixième restante, de sorte qu'avec ces deux aides, j'ai fait les $\frac{99}{100}$ du tout. Un 3^e témoin de même poids que chacun des deux autres me fait parcourir aussi les $\frac{9}{10}$ de la centième qu'il y avoit encore entre la certitude et moi ; il n'en reste plus que la millième, et j'ai fait les $\frac{999}{1000}$ du chemin et ainsi de suite »¹⁶. Et Cramer conclut que « cette méthode s'applique avec la même facilité à un nombre quelconque de témoins (ou de preuves concourantes) soit qu'on les suppose tous également croyables, soit qu'on leur assigne à chacun son degré particulier d'autorité », ce qu'il illustre sur un exemple numérique.

II. LA SYLLOGISTIQUE PROBABILISTE DE J.-H. LAMBERT.

Le projet de construction d'une logique probabiliste, qui apparaît comme une ébauche chez Cramer, va être non pas certes accompli, mais du moins effectivement affronté par Jean-Henri Lambert dans la 5^e section de sa *Phénoménologie*.

La *Phénoménologie* forme la 4^e partie du *Nouvel Organon* (*Neues Organon*), rédigé, ainsi que le rappelle le traducteur de la récente édition française, Gilbert Fanfalone, entre

¹⁵ Cramer [2006, § 501, p. 293].

¹⁶ *Ibid.*, p. 294.

octobre 1762 et novembre 1763, et publié en 1764. Comme le suggère le titre, le *Nouvel Organon* répond au projet de renouvellement de la logique aristotélicienne. Cependant, il ne s'agit pas, à l'image de ce que proposait Bacon, d'édifier une logique inductive. Le projet de Lambert s'inscrit dans la tradition classique de la *mathesis universalis*, plus particulièrement leibnizienne, et entend conformer la logique déductive à la rigueur mathématique, tout en l'enrichissant. C'est ce que montre la structure de l'ouvrage, organisé en quatre parties : 1^e la dianoïologie, qui étudie les lois de la pensée, 2^e l'aléthiologie, qui expose la doctrine de la vérité en et pour soi, 3^e la sémiotique, qui se propose de construire une langue caractéristique, 4^e enfin la phénoménologie, qui a pour objet de développer la théorie de l'apparence, définie comme modalité de la connaissance intermédiaire entre la vérité et la fausseté (§ 1), afin d'élaborer les moyens permettant d'éviter le risque de confusion entre apparence et réalité.

L'analyse développée par Lambert dans cette 5^e section s'appuie sur un double constat, celui de l'existence d'une pluralité d'expressions différentes permettant de signifier les espèces et degrés de certitude (probable, vraisemblable, croyable, présumable, ...), mais sans que ces expressions soient clairement et précisément distinguées¹⁷. En résulte la nécessité d'une mise en ordre et d'une clarification conceptuelle, lesquelles exigent que soient interrogées les formes d'argumentation probable, correspondant aux « démonstrations morales » (*moralische Beweise*), par opposition aux démonstrations logiques. Tandis que ces dernières sont construites par enchaînement déductif de propositions engendrant le vrai, et subjectivement la certitude géométrique, les premières procèdent par accumulation d'arguments produisant un résultat probable. Et de même que la logique de la vérité a pour objet l'étude des combinaisons de propositions permettant d'engendrer ou de reconnaître une proposition vraie, la logique du probable se propose l'étude des formes d'argumentation permettant de produire une proposition probable et d'en mesurer le degré de probabilité.

Cette logique du probable est ordonnée par deux distinctions, celle, traditionnelle entre arguments qui *prouvent* et arguments qui *indiquent* (*probantia* et *indicantia*), celle introduite par Lambert¹⁸ entre arguments pour l'entendement, ou *principes* (*Gründe*), lesquels visent à établir le degré de certitude d'un jugement, et arguments pour la volonté, ou *mobiles* (*Beweggründe*), dont la fonction est d'étayer nos décisions ou d'emporter la conviction d'autrui dans le choix d'une action. À ce titre, ils permettent de mesurer la crédibilité des témoignages¹⁹.

¹⁷ Lambert [2002, § 149, p. 109].

¹⁸ *Ibid.*, § 150, p. 110.

¹⁹ *Ibid.*, § 229-230, p. 167-169

A. Les espèces de probabilités

L'analyse développée par Lambert commence par définir les espèces de probabilités, en opposant d'abord, conformément là encore, à l'héritage de Jacques Bernoulli, probabilités *a priori* et probabilités *a posteriori*. Les premières, regroupant jeux de hasard et tirages au sort, et définies par le rapport du nombre des cas favorables au nombre des cas possibles, sont distinguées en deux formes :

- la probabilité de réalisation future d'un événement, supposé aléatoire et équiprobable aux autres cas possibles, en une épreuve : « parce que l'on admet que l'une des faces d'un dé peut justement sortir aussi facilement que chacune des autres, la probabilité de celui ²⁰ qui le jettera la première fois sera estimée à $\frac{1}{6}$, parce que parmi ces six cas un seul lui est favorable » ²¹. C'est en quelque sorte ce que le XIX^e siècle appellera la chance ²² de l'événement, par opposition à sa probabilité, mais envisagée du point de vue du joueur.

- la probabilité de réalisation de tel événement déterminé sur N épreuves, et donc celle de la confirmation de la proposition prédisant cette réalisation, ce que Lambert désigne comme la notion « complète et absolue » de la probabilité : « si toutefois on se demande si, parmi les six coups de dés qui se succèdent, un seul lui sera favorable, on dit qu'il est probable qu'un des coups de dés lui soit favorable » ²³.

Le probable est ainsi opposé objectivement au nécessaire, car la fréquence de l'événement constitué par la sortie de telle face déterminée du dé, est susceptible de recevoir n'importe quelle valeur, à raison de l'indépendance des épreuves ²⁴, et subjectivement au certain, car il est impossible de prévoir le résultat exact de chaque épreuve.

Les probabilités *a posteriori*, dont la nécessité tient, indique Lambert, à la complexité des lois naturelles, sont immédiatement situées par lui sur le plan épistémique. Elles ne s'expriment pas de la même façon que les précédentes. En effet, elles se mesurent par le rapport du nombre des cas qui valident la proposition au nombre des cas qui ne la valident pas, comme le montre le § 154, dont le style est représentatif de la manière de Lambert : « on y [dans la 2^e espèce de probabilité] trouve une proposition que fournit l'expérience, mais de laquelle elle s'éloigne aussi quelquefois, et sans que l'on puisse examiner les circonstances par lesquelles se produit l'une ou l'autre chose. On indique cependant les cas des deux sortes tels qu'ils se présentent et cela sans choix pour déterminer, en partant de l'addition des deux, quel est le rapport entre les cas qui conviennent et ceux qui ne conviennent pas à la

²⁰ La formule peut surprendre. Par « probabilité de celui qui » jettera le dé, il faut comprendre, eu égard au texte qui précède notre passage, la probabilité que, pour tel joueur considéré, telle face sorte lors d'un unique lancer.

²¹ Lambert [2002, § 151, p. 110].

²² La chance ainsi comprise tient aux événements eux-mêmes, non à la connaissance que nous en avons, cf. Poisson [1837, p. 31] ou Cournot [1943, § 47, pp. 62-63].

²³ Lambert [2002, § 151, p. 110].

²⁴ « Le probable est l'opposé du nécessaire en ce qui concerne la chose elle-même. En effet, il est possible qu'il y ait eu plus d'un gain ou aucun parmi les six coups de dés, mais le cas où tous les six feraient mouche n'est pas non plus impossible, étant donné que chaque coup de dés est indépendant de l'autre », *ibid.*, p. 111.

proposition que fournit l'expérience. *Ce rapport détermine, conformément à la nature, le degré de probabilité de la proposition* »²⁵.

Il convient de remarquer que Lambert, faisant porter son attention sur les relations que l'on peut établir entre les arguments probables, ne se préoccupe guère de la façon dont sont construits ces arguments eux-mêmes, lorsqu'ils sont dérivés de l'expérience. C'est ainsi qu'il passe immédiatement d'une fréquence observée à une probabilité, et qu'il identifie une probabilité portant sur le contenu de la proposition et le degré de probabilité de la proposition.

Une troisième espèce est constituée par les probabilités des hypothèses induites de leurs conséquences, ou plus largement, puisqu'on se situe sur le plan épistémique, la probabilité d'une proposition « qui doit être démontrée par ses conséquences »²⁶. Cette analyse, dont on voit clairement qu'elle ne se propose nullement de calculer la probabilité de réalisation d'un événement, mais bien le degré de validité d'une proposition, ouvre alors sur la théorie des syllogismes probables, qui constitue l'essentiel du texte.

B. Éléments de la théorie des syllogismes probables

Le domaine auquel s'applique la syllogistique probabiliste est celui des propositions particulières, du type *Quelques A sont B*, et l'argumentation mise en œuvre par Lambert pour souligner la fécondité de la démarche probabiliste (§ 154), consiste à montrer que celle-ci permet de dépasser l'indétermination caractéristique de ces propositions particulières.

Ainsi, considérant la proposition *quelques A sont B*, laquelle implique qu'il existe des cas où le prédicat B appartient à A et d'autres où il ne lui appartient pas, Lambert indique que s'il est possible de procéder à l'énumération des cas en les distinguant selon qu'ils vérifient ou non cette proposition, on peut déterminer le rapport des cas favorables aux cas possibles, ou comme le dit Lambert, le rapport des « cas qui conviennent à la proposition » à l'ensemble des cas. Il convient toutefois de remarquer que cette présentation de la pensée de Lambert opère une simplification. En effet, il écrit plus exactement qu'à partir de l'addition des cas, on peut déterminer « le rapport entre les cas qui conviennent et ceux qui ne conviennent pas à la proposition », autrement dit le rapport des cas favorables au cas défavorables. Et on peut ainsi passer d'une proposition particulière indéterminée à une proposition déterminée, indiquant combien de A sont B : « on sait non seulement que *quelques A sont B*, mais plus exactement combien en sont et combien ne le sont pas », écrit Lambert²⁷.

Or, comme on l'a vu, ce rapport « détermine le degré de probabilité de la proposition », la probabilité que les A soient B se confondant avec la probabilité de la proposition prédisant B de A. Établissant alors une analogie entre le rapport du nombre de cas qui

²⁵ « *Diese Verhältnis bestimmt den Grad der Wahrscheinlichkeit des Satzes der Natur gemäß* », écrit Lambert, *ibid.*, § 154, p. 113. Nous nous permettons ici de modifier la traduction proposée par G. Farfalone.

²⁶ *Ibid.*, § 167, p. 120.

²⁷ *Ibid.*, § 154, p. 113.

vérifient une proposition au nombre de ceux qui ne la vérifient pas et le rapport du nombre de billets gagnants au nombre de billets perdants dans une loterie, il peut assimiler les arguments du syllogisme aux différents tas de billets d'une loterie, et poser 1° qu'il y a autant d'arguments qu'il y a de tas de billets, 2° que, pour chaque argument, le rapport du nombre de cas qui vérifient la proposition au nombre de cas qui ne la vérifient pas est identique au rapport du nombre de billets gagnants à la loterie sur le nombre de billets perdants. Il en déduit que le calcul du degré de probabilité d'un argument est semblable au calcul du degré de probabilité de sortie d'un billet gagnant. En combinant des propositions particulières déterminées et des propositions indéterminées, on doit donc pouvoir calculer le degré de probabilité de la conclusion qui en résulte.

On peut l'illustrer par l'exemple suivant²⁸ :

Soient les deux prémisses vraies,

$$\frac{3}{4} \text{ A sont B}$$

et C est A,

C étant un individu.

Sachant que sur quatre A, trois possèdent le prédicat B, la question se pose de savoir si C appartient aux trois quarts de A qui sont B ou au quart qui ne le sont pas, et on peut admettre qu'il est trois fois plus probable que C appartienne aux A qui sont B plutôt qu'aux A qui ne sont pas B.

On peut alors en tirer la conclusion que C est B, sous la condition d'admettre en même temps que cette conclusion n'est pas absolument certaine, puisqu'il lui manque un quart de certitude, mais seulement probable, avec un degré de probabilité égal à $\frac{3}{4}$.

Ce degré de probabilité s'appliquant non au prédicat, mais à la copule, on écrira cette conclusion :

$$C \frac{3}{4} \text{ est B.}$$

On obtient donc le syllogisme suivant²⁹, dans lequel « le degré qui détermine la probabilité s'étend de la majeure à la conclusion » :

$$\frac{3}{4} \text{ A sont B}$$

C est A

$$\text{donc } C \frac{3}{4} \text{ est B,}$$

syllogisme qui résulte de la combinaison de deux propositions certaines et déterminées et d'une incertitude, l'incertitude portant sur l'appartenance de C aux A qui sont B ou aux A qui ne le sont pas.

²⁸ *Ibid.*, § 189, pp. 137-139.

²⁹ *Ibid.*, § 190, pp. 139-140.

Si C n'est pas un individu, mais un genre ou une espèce, donc si la proposition est universelle et non singulière, la conséquence (comme aussi la mineure) devient universelle, et le degré de probabilité de la conclusion reste inchangé :

$$\frac{3}{4} A \text{ sont } B$$

Tout C est A

$$\text{Tout } C \frac{3}{4} \text{ est } B.$$

Et de même si la mineure est indéterminée, on aura :

$$\frac{3}{4} A \text{ sont } B$$

quelques C sont A

$$\text{quelques } C \frac{3}{4} \text{ sont } B,$$

et si la mineure est une proposition particulière déterminée, on aura une conclusion probable particulière déterminée :

$$\frac{3}{4} A \text{ sont } B$$

$$\frac{2}{3} C \text{ sont } A$$

$$\frac{2}{3} C \frac{3}{4} \text{ sont } B,$$

par où l'on voit que le degré qui détermine la probabilité se transmet de la majeure à la conclusion.

Il est possible de considérer une seconde forme de syllogisme probable où la probabilité affecte non plus la majeure, mais la mineure (§ 191).

Soit MNPQ les caractères formant la compréhension du concept B, sans que l'on sache si parmi ces caractères, il y a un caractère propre de B. Supposons que l'on ait les deux propositions suivantes :

MNPQ est B

C est MNP.

On peut en déduire qu'il est probable que C soit B, et on cherche avec quelle probabilité. Supposons que l'on sache que

$$MNPQ = A$$

$$MNP = \frac{2}{3} A,$$

le syllogisme sera :

Tout A est B

C est $\frac{2}{3}$ A

Donc C $\frac{2}{3}$ est B.

Si maintenant on combine (§ 192) les deux formes simples précédentes, où la probabilité affecte soit la majeure, soit la mineure, on peut former le syllogisme :

$\frac{3}{4}$ A sont B

C est $\frac{2}{3}$ A

donc C $\frac{1}{2}$ est B.

En effet, la conclusion selon laquelle C est B est le produit de la probabilité que C soit A et de la probabilité que A soit B. Autrement dit, cette conclusion a pour elle les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de A qui sont B, soit $\frac{1}{2}$.

Lambert poursuit l'exposé des « premiers éléments » (*die ersten Gründe*)³⁰ de cette syllogistique probabiliste en étudiant les syllogismes probables, selon que les propositions qu'ils combinent sont affirmatives, négatives ou indéterminées (§§ 193 à 198). En nommant (§ 194) *a* les premières, *e* les secondes et *u* les troisièmes, on peut, par exemple, construire le syllogisme suivant :

$\left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}e + \frac{1}{12}u\right)$ A sont B

C est $\left(\frac{3}{5}a + \frac{2}{5}u\right)$ A

donc C $\left(\frac{2}{5}a + \frac{3}{20}e + \frac{9}{20}u\right)$ est B

1. La majeure signifie que pour tout A, il y en a $\frac{2}{3}$ auxquels appartient certainement le caractère B, $\frac{1}{4}$ auquel il n'appartient pas et $\frac{1}{12}$ dont on ignore si B lui appartient ou non. (Puisque $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = 1$, cette majeure constitue une énumération complète de A).

2. La mineure signifie que $\frac{3}{5}$ des A appartiennent à C et que, pour $\frac{2}{5}$, on ignore s'ils lui appartiennent ou non.

³⁰ *Ibid.* § 202, p. 148.

3. Pour obtenir la conclusion, il faut multiplier les coefficients, c'est-à-dire $\left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}e + \frac{1}{12}u\right)$ par $\left(\frac{3}{5}a + \frac{2}{5}u\right)$, et répartir le résultat en trois classes en appliquant la règle selon laquelle les valeurs affectées d'un a appartiennent à la classe affirmative, celles qui sont affectées d'un e à la classe négative, et celles qui sont affectées d'un u à la classe indéterminée. On obtient alors :

$$\begin{array}{r} \frac{2}{5}aa + \frac{3}{20}ae + \frac{3}{60}au \\ + \frac{4}{15}au^{31} \\ + \frac{2}{20}eu \\ + \frac{2}{60}uu \\ \hline \frac{2}{5}a + \frac{3}{20}e + \frac{9}{20}u \\ \hline \end{array}$$

D'où il résulte, en réduisant au même dénominateur commun, la conclusion que, sur 20 cas, 8 affirment, 3 nient et 9 restent indéterminés, autrement dit que pour chaque cas, il y a 8 raisons d'affirmer la conclusion, 3 raisons de la nier et 9 de la laisser indéterminée.

Enfin, Lambert généralise l'analyse précédente en considérant :

1° le cas où les deux prémisses sont probables (§ 199), le degré de probabilité de la conclusion s'obtenant alors par le produit des probabilités des prémisses ; par exemple :

$$A \frac{2}{3} \text{ est } B$$

$$C \frac{3}{4} \text{ est } A$$

$$\text{donc } C \frac{1}{2} \text{ est } B,$$

2° les chaînes de syllogismes, où la probabilité de la conclusion est obtenue en faisant le produit des fractions dont sont affectés à la fois les copules et les moyens termes,

3° les autres figures du syllogismes.

C. La probabilité des témoignages

C'est cette démarche syllogistique et quantitative à la fois qui est ensuite appliquée par Lambert au champ de la probabilité des témoignages, afin de rendre possible la détermination

³¹ Le texte original porte $\frac{4}{12}$, ce qui est manifestement une coquille.

précise des conditions de la certitude historique. Et, de même qu'il ne s'agissait pas précédemment de fournir les instruments permettant de mesurer la probabilité d'une proposition prise isolément, mais de construire une méthode de calcul de la combinaison des arguments et des syllogismes, de même il s'agit ici non pas de mesurer la probabilité d'un témoignage, mais de définir les règles de combinaison des témoignages.

Lambert ne revient donc pas sur les lois de variation de la probabilité d'un même témoignage en fonction du nombre de témoins successifs ou simultanés, comme le faisait Cramer, mais il fait porter son analyse sur la mesure de la probabilité d'un témoignage résultant de la combinaison de plusieurs témoignages, en fonction de la crédibilité de témoins indépendants, selon que leurs témoignages s'accordent ou qu'au contraire ils s'opposent, la crédibilité initiale de chaque témoignage étant donnée. Et son objet est alors d'élaborer une formule générale de calcul de la crédibilité des témoignages combinés, entreprise dont il souligne la difficulté, puisque, dans son application à un récit particulier, la crédibilité du témoin résulte de la combinaison des trois espèces qui la composent (§ 235), à savoir 1° la crédibilité générale du témoin, qui est proportionnelle d'une part à ses forces cognitives, de l'autre à sa probité, 2° la crédibilité relative au domaine d'objets auquel appartient l'événement décrit, laquelle varie en fonction de la connaissance que le témoin a de ce domaine, et, ajoute Lambert, des préjugés et émotions qu'il suscite en lui, enfin 3° la crédibilité relative à l'événement particulier, qui varie en fonction de la relation cognitive et affective qu'entretient le témoin avec cet événement.

1° Calcul de la crédibilité des témoins (236-238)

La question qui se trouve ici posée est celle de la combinaison de crédibilités particulières de degrés différents. Or, remarque Lambert, si l'on s'en tenait à faire la somme des crédibilités particulières, c'est-à-dire des degrés de probabilité des informations issues de ces différentes sortes de crédibilité, on n'obtiendrait comme résultat que la moyenne des différents degrés de crédibilités, et donc une probabilité médiocre. Une telle méthode conduirait à affaiblir considérablement la probabilité de toute connaissance historique. On peut, au contraire, considérer que les degrés de probabilité des informations historiques croissent avec le nombre des témoins, dès lors que ceux-ci sont indépendants et non triés. Chaque témoin indépendant peut alors être considéré comme un argument particulier et indépendant des autres, qui soutient l'information, dans la mesure où ils s'accordent, ou qui, au contraire, l'affaiblissent s'ils s'opposent.

a) Analyse du cas où deux témoins indépendants soutiennent le même jugement (§ 237)

Lambert commence par poser que la crédibilité d'un témoignage se mesure par le nombre de vérités, de non-vérités et de mensonges que contient le récit. Cette tripartition vise

à transcrire, dans le cadre de l'étude de la crédibilité, la tripartition logique entre propositions affirmative, négative et indéterminée. (Elle prépare également la tripartition des genres d'arguments que Lambert oppose à la distinction bernoullienne entre arguments *purs* et arguments *mixtes*, cf. *infra*, pp. 15-16).

En reprenant les notations précédentes du § 194 (a = proposition affirmative, e = négative, u = indéterminée), on peut exprimer la crédibilité d'un témoin (témoin A) qui énonce dix vérités, trois non-vérités et un mensonge par la formule

$$10 a + 3 u + 1 e.$$

Cette formule signifie que sur 14 jugements énoncés dans le témoignage, 10 sont manifestement vrais, 1 est manifestement faux et 3 sont indéterminés.

Si on considère un second témoin (témoin B) dont la crédibilité est égale à

$$12 a + 5 u + 2 e,$$

on peut calculer la crédibilité correspondant à la somme des deux récits, en faisant le produit des deux crédibilités précédentes, soit :

$$120 aa + 86 au + 15 uu + 11 eu + 2 ee + 32 ae.$$

Il est possible d'opérer, sur cette formule, les simplifications suivantes. On peut déjà supprimer les 32 jugements de la forme ae , puisqu'ils correspondraient à une croyance contradictoire (croyance simultanée dans la vérité du jugement du témoin A et dans le vérité du jugement contraire du témoin B). Il est ensuite possible d'ajouter ensemble les 120 jugements de la forme aa et les 86 de la forme au . En effet, dans les 86 cas au , nous ne savons certes pas si nous devons croire le témoin B (dont les jugements sont considérés comme indéterminés), mais puisqu'ils sont reconnus vrais dans le témoignage du témoin A, on peut les admettre comme tels. Nous aurons donc 206 jugements de la forme a . Enfin, il est également possible d'ajouter ensemble les 2 jugements de forme ee et les 11 de forme eu , en application du même principe, et on obtient ainsi 13 jugements de forme e .

On obtient donc une crédibilité des deux témoignages joints ensemble, exprimée par la formule :

$$206 a + 15 u + 13 e.$$

Et il suffirait, pour considérer le cas où le témoignage résulte de trois témoins, de poursuivre le calcul en faisant le produit de la formule précédente avec celle du troisième témoin, et ainsi de suite pour un plus grand nombre de témoins. Lambert énonce alors la formule générale du calcul :

$$\text{témoin A : } Ma + Nu + Pe$$

$$\text{témoin B : } ma + nu + pe$$

$$\text{les deux : } (Mm + Mn + mN)a + Nnu + (Pp + Pn + pN)e$$

b) Analyse du cas où les témoins soutiennent des jugements différents (§ 238)

Deux cas peuvent ici se présenter :

1° Ou bien l'on a affaire à des jugements entièrement différents, et en ce cas, aucun calcul de crédibilité composée n'est possible, car il n'y a pas de commune mesure entre les jugements.

2° Ou bien, les jugements se contredisent, et il suffit d'effectuer le même calcul que précédemment, mais en inversant les valeurs de crédibilité du témoignage contraire. Par exemple, si le second témoin formule un témoignage contraire à celui du premier témoin, sa crédibilité ne sera pas de la forme :

$$12 a + 5 u + 2 e,$$

mais de la forme

$$2 a + 5 u + 12 e.$$

En l'ajoutant à celle du premier témoin (dont la crédibilité est $10 a + 3 u + 1 e$), on obtient alors

$$76 a + 15 u + 53 e.$$

2° Application à la probabilité des arguments (239-243)

En appliquant les notations précédentes à des arguments indépendants entre eux qui soutiennent une proposition probable, la formule

$$12 a + 5 u + 2 e$$

signifie que dans 12 cas l'argument démontre la proposition, dans 5 il ne démontre rien, et dans 2 il nie la proposition (ou démontre le contraire). Et on peut alors construire des syllogismes probables combinant des propositions du type

$$\text{Tout } A \left(\frac{12}{19} a + \frac{5}{19} u + \frac{2}{19} e \right) \text{ est } B,$$

dans laquelle les fractions affectant la copule expriment la crédibilité de l'argument.

Lambert revient ici sur la distinction proposée par Jacques Bernoulli ³² entre arguments *mixtes* et arguments *purs*. Les premiers prouvent toujours quelque chose de déterminé, mais dans quelques cas ils prouvent la vérité de la proposition, et dans les autres prouvent son contraire. Les seconds prouvent la vérité de la proposition dans certains cas et ne prouvent rien dans les autres ³³. Comme le montre Lambert, cette répartition des types d'arguments est

³² Bernoulli [1713, p. 218] ; Meusnier [1987, p. 30].

³³ Par exemple, écrit Bernoulli, « si dans une foule en effervescence, quelqu'un avait été transpercé par une épée, et s'il était établi par le témoignage d'hommes dignes de foi qui regardaient de loin que l'auteur du crime avait un manteau noir, si l'on trouvait que parmi les gens en effervescence Gracchus ainsi que trois autres étaient revêtus d'une tunique de cette couleur, cette tunique serait un argument pour dire que le meurtre a été

incomplète, car elle omet la catégorie des arguments qui, ne prouvant pas la vérité de la proposition, dans certains cas prouvent le contraire et dans les autres ne prouvent rien. C'est cette troisième catégorie que Lambert considère et ajoute à la distinction de Bernoulli, ce qui lui permet de corriger les calculs de Bernoulli³⁴, lesquels conduisaient à compter « pour valables tous les cas dans lesquels les arguments purs, envisagés en eux-mêmes, prouvent la vérité, soit que les cas des arguments mixtes combinés avec eux prouvent la vérité, soit qu'ils prouvent sa contradictoire »³⁵, donc à prendre en compte des cas en fait impossibles. Il n'y a pas lieu d'entrer ici dans une analyse détaillée des méthodes respectives de Bernoulli et de Lambert. On pourra, sur cette question, consulter le *Mémoire sur l'application du Calcul des probabilités à la valeur du témoignage* de Prévost et Lhuillier³⁶, ainsi que l'article de Glenn Shafer, « Non-Additive Probabilities in the Work of Bernoulli and Lambert »³⁷, qui met en évidence la place occupée par Lambert dans l'édification de la probabilité épistémique. Il nous suffira d'indiquer que sa méthode constitue une correction et une généralisation de celle de Bernoulli.

CONCLUSION

Est-il possible d'identifier, à partir de l'analyse précédente, une forme générale, voire une évolution, de la logique du probable dans la première moitié du XVIII^e siècle ? Il faut reconnaître que la différence de statut de nos deux textes doit nous inciter à la prudence. On peut cependant dessiner une orientation commune, sur la base de laquelle se révèlent des différences significatives.

La différence la plus manifeste séparant ces deux textes tient à l'ambition qui caractérise l'entreprise de Lambert. Tandis que le *Cours* de Cramer vise à diffuser un enseignement reçu d'ailleurs, et où l'influence de Jacques Bernoulli se fait directement sentir, le *Neues Organon* témoigne d'une exigence scientifique plus élevée, qui, on l'a vu, entend non pas répéter, mais prolonger et enrichir l'enseignement du mathématicien bâlois. Il ne s'agit plus, pour Lambert, d'illustrer sur des exemples particuliers la possibilité de produire des syllogismes probables dont le degré de probabilité soit numériquement déterminé, mais d'élaborer une théorie générale de ces syllogismes, autrement dit d'édifier une authentique

commis par Gracchus, mais un argument mixte : dans un cas il prouve sa culpabilité, et dans trois cas il prouve son innocence [...] Mais si, au cours de l'enquête qui a suivi, Gracchus a pâli, cette pâleur du visage est un argument pur, car elle prouve la faute de Gracchus, si elle provenait d'une conscience troublée ; mais inversement elle ne prouve pas son innocence, si elle avait une autre origine ; il peut en effet arriver que Gracchus pâlisse pour une autre cause, et qu'il soit cependant lui-même l'auteur du meurtre », Bernoulli [1713, p. 218 ; Meusnier [1987, p. 30].

³⁴ Bernoulli [1713, pp. 219-221] ; Meusnier [1987, p. 32-36].

³⁵ Prévost et Lhuillier [1800, p. 122].

³⁶ *Id.*, 1^{ère} section, pp. 120-128.

³⁷ Shafer [1978].

sylogistique probabiliste, pièce maîtresse de la logique du probable³⁸. Conjointement, sa relation aux mathématiques s'en trouve modifiée. Tandis que Cramer devait en limiter l'usage à des calculs élémentaires afin de pouvoir être entendu de son élève, la *Phénoménologie* de Lambert témoigne de la volonté d'appliquer à la logique les ressources qu'offrent les mathématiques, conformément au projet de *mathesis universalis*.

Par delà ces différences, ces deux textes partagent non seulement l'objectif de construire une logique du probable, mais encore une commune orientation de pensée dans sa mise en œuvre.

Cependant, le recours, effectué par nos deux auteurs, à la mise en forme syllogistique du raisonnement, ne nous semble pas un élément remarquable. Sans doute, il situe historiquement ces textes. Mais, justement, il s'agit là manifestement d'un héritage repris par tradition, car rien n'exige dans la conception du probable de Lambert, pas plus que dans celle de Cramer, de soumettre le raisonnement à cette forme logique.

Plus intéressante est la signification reconnue par l'un comme par l'autre au concept de probabilité. La probabilité est ici pensée, en prolongement de l'analyse bernoullienne, dans une perspective épistémique. Ceci doit nous conduire à nuancer la thèse généralement admise depuis l'analyse de Ian Hacking, selon laquelle la probabilité est essentiellement, et dès les origines, un concept biface, statistique d'une part, épistémique de l'autre³⁹. Certes, lorsqu'ils entreprennent de présenter les significations de la notion de probabilité, nos auteurs prennent en compte ce qu'on peut appeler la "probabilité aléatoire". Ainsi, Lambert considère l'égalité de possibilité de réalisation des événements comme fondée sur l'ordre causal des phénomènes. Il écrit ainsi que « l'égalité de possibilité se fonde [...], y compris dans le plus sage règlement du cours des choses dans le monde, sur la quantité des différentes causes qui toutes agissent dans les jeux de hasard d'après leurs propres lois, de sorte qu'elles produisent facilement aussi bien un cas qu'un autre et se compensent réciproquement dans la poursuite du jeu. Ainsi, chaque cas se présente d'autant plus souvent qu'il est en soi plus probable. [*Dadurch kommt jeder Fall desto häufiger von, je wahrscheinlicher er an sich ist*] »⁴⁰. Pour autant, il est clair, par l'analyse précédente, que l'objet sur lequel ils font porter leurs réflexions est le raisonnement probabiliste, et partant une probabilité définie comme modalité de la connaissance. L'attention accordée par ces deux auteurs à la probabilité des témoignages confirme cette orientation épistémique de leur analyse, comme en témoigne leur souci de procéder à une clarification conceptuelle, définissant la probabilité différenciellement par rapport au vraisemblable et au douteux. Il nous semble qu'en ceci, ni Cramer, ni Lambert, ne font preuve

³⁸ « Nous ne voulons pas en rester simplement à ce calcul, écrit Lambert pour introduire à l'exposé des éléments de la théorie des syllogismes probables, mais considérer de façon plus précise les principes sur lesquels il repose. Cette considération est ici d'autant plus nécessaire que la théorie des syllogismes probables et des chaînes de syllogismes probables constitue une part importante de la logique du probable », Lambert [1764, § 187 ; [2002, p. 136].

³⁹ Hacking 1975 ; [2002, pp. 38-40].

⁴⁰ Lambert [1764, § 152, p. 734] ; [2002, p. 112].

d'originalité, mais ils illustrent le primat de l'interprétation épistémique, caractéristique de ce qu'on a parfois appelé la "probabilité classique" au siècle des Lumières ⁴¹.

⁴¹ Cf. par exemple Daston [1988].

Bibliographie

BERNOULLI (Jacques)

[1713] *Ars conjectandi*, Bâle ; édition bilingue (latin – français) de la 4^e partie dans [Meusnier 1987].

BICQUILLEY (Charles-François de)

[1783] *Du calcul des probabilités*, Toul : Joseph Carez.

CANDAUX (Jean-Daniel)

[1993] « Un auteur (et même deux) pour *Idée, Induction, Probabilité* : Monsieur de Lubières, encyclopédiste », in *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 15, oct. 1993, pp. 71-96.

COURNOT (Antoine Augustin)

[1843] *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, Paris : Hachette ; rééd. avec notes de Bernard Bru, Paris : Vrin, 1984.

CRAIG (John)

[1699] *Theologiae christianae principia mathematica*, London : Timothy Child ; rééd. avec commentaire par Daniel Titius, Leipzig, 1755 ; trad. angl. partielle « Craig's Rules of Historical Evidence 1699 », *History and Theory: Studies in the Philosophy of History*, Beiheft 4, 1964, pp. 1-31.

CRAMER (Gabriel)

[1745 ?] *Cours de logique*, Genève : Bibliothèque Publique et Universitaire de Genève, MS Trembley 34, 348 f.

[2006] [Cours de logique §§ 448-547](#), in [Journ@l Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique](#), vol. 2/1, juin 2006.

DASTON (Lorraine J.)

[1988] *Classical probability in the enlightenment*, Princeton : Princeton University Press.

HOOPER (George)

[1699] « A Calculation of the cridibility of human terstimony », publication anonyme dans *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1XXI, pp. 359-365 ; rééd. in *The Works of the Right Reverand Father in God, George Hooper, D. D., Late Bishop of Bath and Wells*, Oxford, 1757.

HACKING (Ian)

[1975] *The emergence of probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*, Cambridge : Cambridge University Press ; *L'émergence de la probabilité*, trad. fr. par Michel Dufour, Paris : Seuil, 2002.

HUME (David)

- [1739] *A Treatise of Human Nature*, London ; tr. fr. par A. Leroy, *Traité de la nature humaine*, Paris : Aubier, 1946.

LAMBERT (Jean-Henri)

- [1764] *Neues Organon, oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrthum und Schein*, Leipzig : Johann Wendler.
- [2002] *Nouvel Organon. Phénoménologie*, Paris : Vrin ; trad. fr. partielle du *Neues Organon* par Gilbert Fanfalone.

LOCKE (John)

- [1690] *An Essay Concerning Human Understanding*, London ; *Essai philosophique concernant l'entendement humain*, trad. fr. par Pierre Coste, Amsterdam, 1700, rééd. de la 5^e édition de 1755, Paris : Vrin, 1972.

MARTIN (Thierry)

- [2006a] « [La probabilité dans le Cours de logique de Gabriel Cramer, § 448 - 547](#) », in [Journ@l Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique](#), vol. 2/1, juin 2006.
- [2006b] « La logique probabiliste de Gabriel Cramer », [Mathématiques et sciences humaines](#), n° 176, 2006(4), numéro spécial en hommage à Bernard Bru, « 25 ans d'histoire des probabilités » préparé par Joël Sakarovitch.

MEUSNIER (Norbert)

- [1987] *Jacques Bernoulli et l'ars conjectandi*, Université de Rouen Haute Normandie : IREM.

NASH (Richard)

- [1991] *John Craige's Mathematical Principles of Christian Theology*, The Journal of the History of Philosophy, Carbondale and Edwardsville : Southern Illinois University Press.

POISSON (Siméon-Denis)

- [1837] *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des Règles générales du calcul des probabilités*, Paris, Bachelier.

PREVOST (Pierre) et LHUILLIER (Simon)

- [1800] « Mémoire sur l'application du Calcul des probabilités à la valeur du témoignage », *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin*, pour 1797, pp. 120-152.

SHAFER (Glenn)

- [1978] « Non-Additive Probabilities in the Work of Bernoulli and Lambert », *Archive for history of exact science*, vol. 19, p. 309-370.

[1985] « Johann Heinrich Lambert », *Encyclopedia of Statistical Sciences*, S. Kotz and N. L. Johnson, eds., Wiley, t. 4, p. 466-468.

SHEYNIN [Oscar B.]

[1971] « J.-H. Lambert's Work on Probability », *Archive for history of exact science*, vol. 7, 1971, p. 244-256.

SUPPES (Patrick),

[1981] *Logique du probable. Démarche bayésienne et rationalité*, tr. fr. sous la direction d'Henry Rouanet, Paris : Flammarion.

ZABELL (Sandy L.)

[1988] « The probabilistic analysis of testimony », *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 20, n° 3, pp. 327-354.