

## Weighted uniform densities

par RITA GIULIANO ANTONINI et GEORGES GREKOS

RÉSUMÉ. Nous introduisons la notion de densité uniforme pondérée (supérieure et inférieure) d'une partie  $A$  de  $\mathbb{N}^*$ , par rapport à une suite de poids  $(a_n)$ . Ce concept généralise la notion classique de la densité uniforme (pour laquelle les poids sont tous égaux à 1). Nous démontrons un théorème de comparaison de deux densités uniformes (ayant des suites de poids différentes) et un théorème de comparaison d'une densité pondérée uniforme et d'une densité pondérée classique (asymptotique; non uniforme). Comme conséquence, nous obtenons un nouveau majorant et un nouveau minorant pour l'ensemble des  $\alpha$ -densités (classiques) d'une partie  $A$  de  $\mathbb{N}^*$ .

ABSTRACT. We introduce the concept of uniform weighted density (upper and lower) of a subset  $A$  of  $\mathbb{N}^*$ , with respect to a given sequence of weights  $(a_n)$ . This concept generalizes the classical notion of uniform density (for which the weights are all equal to 1). We also prove a theorem of comparison between two weighted densities (having different sequences of weights) and a theorem of comparison between a weighted uniform density and a weighted density in the classical sense. As a consequence, new bounds for the set of (classical)  $\alpha$ -densities of  $A$  are obtained.

Rita GIULIANO ANTONINI  
Università di Pisa  
Dipartimento di Matematica "L. Tonelli"  
Largo Bruno Pontecorvo 5  
56127 Pisa, Italia  
*E-mail* : [giuliano@dm.unipi.it](mailto:giuliano@dm.unipi.it)  
*URL* : <http://www.dm.unipi.it/~giuliano/>

Georges GREKOS  
Université Jean Monnet  
23, rue du Dr Paul Michelon  
42023 St Etienne Cedex 2, France  
*E-mail* : [grekos@univ-st-etienne.fr](mailto:grekos@univ-st-etienne.fr)  
*URL* : <http://webperso.univ-st-etienne.fr/~grekos/>

---

Manuscrit reçu le 9 janvier 2006.

*Mots clefs.* weighted uniform density, uniform density, weighted density,  $\alpha$ -density.