

Carta de control $CEV\bar{X}$ para distribuciones Weibull con datos censurados

$CEV\bar{X}$ Control Chart for Weibull Distributions with Censored Data

JOSÉ VARGAS N.*
TYSUA MONTAÑO P.**

Resumen

En algunas aplicaciones en el área de la industria no se puede contar con la información completa y se debe trabajar con observaciones censuradas, haciendo inadecuada la aplicación directa de las cartas de control \bar{X} de Shewhart y np . Se desarrolla una metodología apropiada para la construcción de la carta \bar{X} basada en el valor esperado condicional de las observaciones censuradas, suponiendo que cuando el proceso se encuentra bajo control, la variable de interés tiene distribución Weibull. Se compara la eficiencia de la carta construida, mediante la probabilidad de falsa alarma, con la de la cartas np y \bar{X} de Shewhart, construida bajo distribución normal y con límites de probabilidad para la distribución Weibull.

Palabras Claves: Distribución Weibull, censuramiento, valor esperado condicional, cartas de control.

Abstract

In many Industrial applications, censored observations are present and in this cases direct application of the Shewhart \bar{X} and np control charts is not adequate. We develop a methodology for constructing a \bar{X} control chart based on the conditional expected value of censored observations, assuming that the in-control process follows a Weibull distribution. The performance of the proposed control chart is studied in terms of the false alarm probability. We also compare the proposed chart with the np chart and the Shewhart \bar{X} chart.

Keywords: Weibull Distribution, Censoring, Conditional expected value, Control charts.

*Profesor asociado, Departamento de Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. E-mail: javargasn@unal.edu.co

**Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. E-mail: tmontanop@unal.edu.co

1. Introducción

En algunas aplicaciones en el área de la industria donde se desea estudiar la confiabilidad o el tiempo de falla de un producto, no es posible contar con el dato exacto de esta característica, por lo cual, se desarrolla el estudio con observaciones censuradas.

Aunque hay una vasta literatura relacionada con el manejo de datos censurados, en el área del control de calidad no ocurre lo mismo. Steiner & Mackay (2000) estudian el proceso de monitoreo con datos altamente censurados, es decir, una proporción de censuramiento mayor al 50 %, proponiendo el desarrollo de cartas de control basadas en el valor esperado condicional (CEV) y suponiendo que cuando el proceso se encuentra bajo control, la variable de interés es representada por una variable aleatoria normal.

En la mayoría de los estudios en los que se desea observar la confiabilidad o el tiempo de vida de ciertos artículos, la distribución Weibull es útil para modelar el comportamiento de las observaciones encontradas. En este artículo se desarrolla una metodología apropiada para la construcción de la carta de control $CEV\bar{X}$ bajo distribución Weibull, en procesos donde se cuenta con observaciones bajo censuramiento Tipo I. La implementación de la carta de control se basa en la relación de la distribución Weibull con la distribución de Mínimo Valor Extremo, la cual se utilizó debido a que la distribución Weibull estandarizada depende del parámetro β y de esta forma no era posible desarrollar un procedimiento estándar.

2. Confiabilidad

Hasta 1960, la confiabilidad era definida como la probabilidad de que un artículo realizara una función requerida bajo ciertas condiciones durante un período de tiempo determinado. Crowder (1994) define la confiabilidad como la habilidad de un artículo, componente o sistema para realizar una función requerida, o una combinación de funciones que proporcionan un servicio específico bajo condiciones ambientales y operacionales para un período de tiempo dado.

En estudios sobre la confiabilidad de productos, es común no poder observar el tiempo de duración exacto del funcionamiento de dichos productos, por lo cual se hace necesario trabajar con observaciones censuradas.

2.1. Tipos de Censuramiento

Los datos de vida de cualquier producto en un proceso de producción tienen características muy particulares, ya que se trabaja con datos que no pueden ser observados totalmente. Existen diferentes tipos de censuramiento (Crowder 1994):

Censuramiento Tipo I. Se colocan n artículos a prueba en un mismo tiempo $t = 0$ y se observa cada uno hasta cuando termina el experimento al cabo de un tiempo fijo t . Sólo se conoce con exactitud el tiempo de vida de las

unidades que fallan antes del tiempo t . Este número de observaciones no censuradas es aleatorio, mientras que el tiempo t es fijo.

Censuramiento Tipo II. n artículos se colocan a prueba en un tiempo $t = 0$, pero el experimento continúa hasta observar r fallas. El número de fallas será fijo mientras que el tiempo t_i será aleatorio.

Este tipo de censuramiento es óptimo si se desea asegurar que el resultado de los datos contenga un número fijo r de observaciones del tiempo de vida o si se desea terminar la prueba lo más rápido posible.

Censuramiento Tipo III. Es la combinación de los dos primeros. El experimento termina cuando ocurra el tiempo t o cuando se obtenga la r -ésima falla, teniendo en cuenta que estos dos valores deben ser determinados con anterioridad.

3. Carta de control CEV \bar{X}

El objetivo de la carta de control CEV \bar{X} es detectar cambios en la media del proceso o en el tiempo de vida de los artículos. Cuando se utiliza el censuramiento Tipo I, el objetivo de la carta de control CEV \bar{X} es detectar únicamente decrecimientos en la media del proceso, ya que con este tipo de censuramiento pierde interés el control de los incrementos en el tiempo de vida de los artículos. Por esta razón, la carta de control CEV utiliza solamente un límite de control inferior.

Steiner & Mackay (2000) construyeron la carta CEV \bar{X} suponiendo que cuando el proceso se encuentra bajo control, la característica de calidad se representa por una variable aleatoria normal con media μ y desviación estándar σ . Bajo estas condiciones denotando C como el valor fijo en donde las observaciones serán censuradas, la probabilidad de censuramiento es:

$$P_c = 1 - F(C) = Q\left(\frac{C - \mu}{\sigma}\right)$$

donde $Q(C)$ es la función de sobrevivencia de una distribución normal estándar.

Esta carta de control está basada en la idea de reemplazar cada observación censurada por su valor esperado condicional, es decir, el tiempo de vida que se espera que dure el artículo dado que este tiempo es mayor que el nivel de censuramiento C . El valor esperado condicional de cada observación bajo distribución normal, (Lawless 1982) está dado por:

$$w_c = E(T | T \geq C) = \mu + \sigma \left(\frac{\phi(z_c)}{Q(z_c)} \right)$$

donde $\phi(z)$ es la función de densidad de probabilidad normal estándar y $z_c = (C - \mu)/\sigma$. Se definen las ponderaciones w , del valor esperado condicional (CEV) para cada observación, como:

$$w = \begin{cases} t, & \text{si } t \leq C \text{ (no censurada),} \\ w_c, & \text{si } t > C \text{ (censurada)} \end{cases}$$

El límite de control inferior para la carta se halla por medio de simulación y depende principalmente de la proporción de censuramiento y del tamaño de muestra utilizados. Si existen puntos por debajo de este límite se deben buscar las causas de inestabilidad en el proceso y remover los puntos si existen dichas causas. Tanto las estimaciones como el límite de control inferior deben hallarse de nuevo.

4. Construcción de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull

Con base en el procedimiento desarrollado por Steiner & Mackay (2000) para la carta $CEV\bar{X}$, se construye a continuación uno análogo para el caso en que la variable aleatoria T que representa los tiempos de falla y que tiene distribución Weibull dada por:

$$F(t; \alpha, \beta) = 1 - \exp\left[-(t/\alpha)^\beta\right] \quad t > 0$$

donde $\alpha > 0$ es el parámetro de escala y $\beta > 0$ el de forma. Las funciones de densidad de probabilidad y de sobrevivida son respectivamente:

$$f(t; \alpha, \beta) = \alpha\beta (\alpha t)^{\beta-1} \exp\left[-(\alpha t)^\beta\right] \quad t > 0$$

$$S(t; \alpha, \beta) = \exp\left[-(t/\alpha)^\beta\right] \quad t > 0$$

La media y la varianza de T quedan determinadas como:

$$\begin{aligned} \mu &= \alpha\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \\ \sigma^2 &= \alpha^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\Gamma(x)$ es la función Gamma conocida. La forma estándar de la distribución Weibull es $T^* = t/\alpha$ y tiene función de densidad $f(t; 1, \beta)$. Esta función estandarizada depende del parámetro de forma β , lo cual hace que la distribución sea muy flexible y muy utilizada para modelar tiempos de vida (Escobar & Meeker 1998). Este parámetro determina si la proporción de falla se incrementa ($\beta > 1$), es constante ($\beta = 1$) o decrece con el tiempo ($\beta < 1$).

La probabilidad de censuramiento bajo la distribución Weibull es:

$$P_c = \exp\left[-(C/\alpha)^\beta\right]$$

Una de las características principales de la distribución Weibull, es su relación con la distribución de mínimo valor extremo a través de una transformación simple y conveniente para encontrar una función de distribución acumulada que no dependa del parámetro β y desarrollar así un procedimiento estandarizado. En particular, si T tiene una distribución Weibull, con parámetros α y β , entonces $Y = \log(T)$ tiene una distribución de mínimo valor extremo con parámetro de

localización $\mu = \log(\alpha)$ y de escala $\sigma = 1/\beta$. Cuando $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, se conoce como la *distribución estandarizada de valor extremo*.

De esta forma, $(Y - \mu)/\sigma$ tiene una distribución de valor extremo estandarizada con parámetros de escala y de localización iguales a 0 y a 1 respectivamente. Las funciones de distribución acumulada, de densidad de probabilidad y de sobrevivida de una distribución general de valor extremo están dadas por:

$$\begin{aligned} F(y; \mu, \sigma) &= 1 - \exp\left[-\exp\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)\right] & -\infty < y < \infty \\ f(y; \mu, \sigma) &= \frac{1}{\sigma} \exp\left[\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) - \exp\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)\right] & -\infty < y < \infty \\ S(y; \mu, \sigma) &= \exp\left[-\exp\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)\right] & -\infty < y < \infty \end{aligned} \quad (2)$$

donde $\sigma > 0$ y $-\infty < \mu < \infty$.

Tomando ahora esta variable en términos de los parámetros correspondientes a una distribución Weibull, tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{Y - \mu}{\sigma} &= \frac{\log(T) - \log(\alpha)}{1/\beta} \\ V &= \beta \log(T/\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

El valor esperado condicional para las observaciones censuradas derivado de la distribución estándar del valor extremo dado en Lawless (1982) es:

$$\begin{aligned} CEV &= E(V/V \geq \beta_0 \log(C/\alpha_0)) \\ &= \int_{x=\beta_0 \log(C/\alpha_0)}^{\infty} x e^x \exp(-e^x) dx / S(\beta_0 \log(C/\alpha_0)) \end{aligned} \quad (4)$$

donde $S(\cdot)$ es la función de sobrevivida de la distribución estandarizada de valor extremo tomada por (2). Utilizando los valores esperados condicionales (CEV) de (4) en la escala de valor extremo, se obtienen las ponderaciones correspondientes en la escala Weibull original.

$$CE(W) = \begin{cases} t, & \text{si } t \leq C, \\ \alpha_0 \exp(CEV/\beta_0), & \text{si } t > C \end{cases} \quad (5)$$

Las figuras 1 y 2 muestran el límite de control inferior apropiado bajo la distribución de valor extremo para la construcción de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull. Estos se hallaron a través de simulaciones tomando una proporción de falsa alarma de 0.0027, y asumiendo además $\alpha_0 = \beta_0 = 1$.

El límite de control inferior adecuado para algún valor de α_0 y β_0 en la escala Weibull es $\alpha_0 \exp(lcl/\beta_0)$, donde lcl es tomado de las figuras 1 y 2 dependiendo del tamaño de subgrupos utilizado en el proceso.

En resumen, la implementación utilizada para la construcción de la carta de control $CEV\bar{X}$ - Weibull utilizando censuramiento Tipo I, es la siguiente:

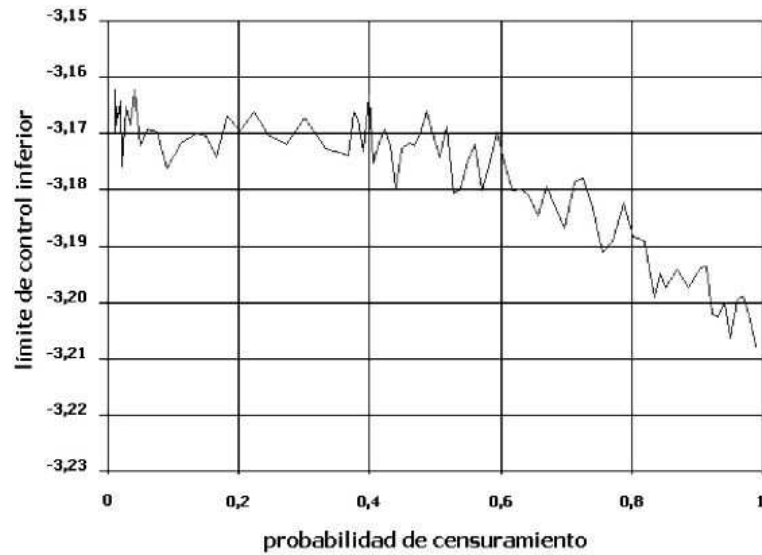


Figura 1: Límite de Control Inferior Estandarizado lcl para la carta $CEV\bar{X}$ bajo la distribución de valor extremo cuando $n = 3$.

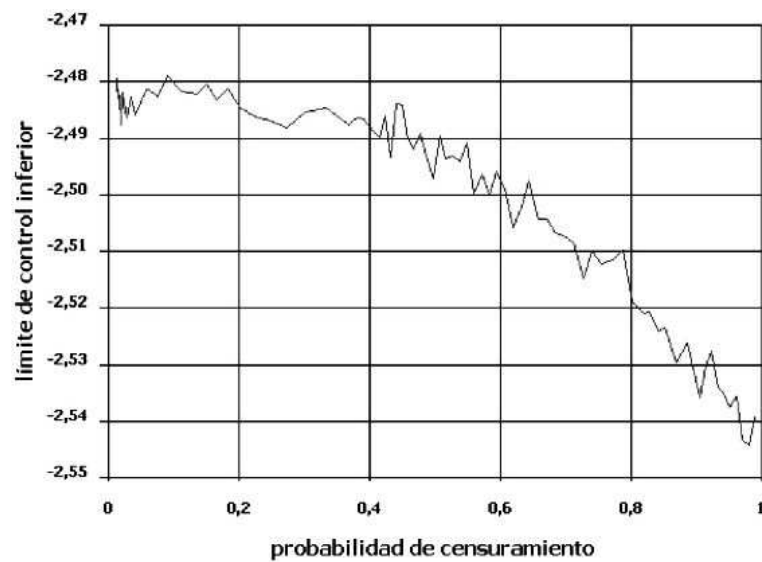


Figura 2: Límite de Control Inferior Estandarizado lcl para la carta $CEV\bar{X}$ bajo la distribución de valor extremo cuando $n = 5$.

1. Seleccionar q subgrupos de tamaño n .
2. Estimar los parámetros correspondientes por medio del método de máxima verosimilitud para la distribución Weibull con datos censurados calculados

bajo Tipo I, utilizando la ecuación (6) iterativamente para hallar $\hat{\beta}$ y luego hallar $\hat{\alpha}$ utilizando la ecuación (7). El mejor valor inicial para β es la unidad.

$$\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \log t_i / \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} - \frac{1}{\hat{\beta}} - \frac{1}{r} \sum_{i \in D} \log t_i = 0 \quad (6)$$

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{1}{r} \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \right)^{1/\beta} \quad (7)$$

donde $\delta = 1$ si $t_i \leq C$ o $\delta = 0$ si $t_i > C$, $r = \sum \delta_i$ y D corresponde al conjunto de observaciones de tiempo de vida que no fueron censuradas.

3. Determinar el valor esperado condicional CEV bajo distribución de valor extremo utilizando (4) y hallar las ponderaciones correspondientes en la escala Weibull original dadas por (5).
4. Reemplazar todas las observaciones censuradas de acuerdo al valor de las ponderaciones halladas.
5. Se determina el límite de control inferior *lcl* usando las figuras 1 y 2 dependiendo del tamaño de cada subgrupo. El límite inferior de la carta de control en la escala Weibull está dado por $\alpha_0 \exp(lcl/\beta_0)$.
6. Por último, se gráfica el promedio de cada subgrupo observando si existen puntos fuera del límite de control. Si existen puntos por fuera de este límite, es necesario encontrar las causas asignables y remover el punto, estimando nuevamente los parámetros y repitiendo de nuevo el procedimiento.

5. Ejemplo

El siguiente ejemplo se desarrolló simulando una muestra inicial de 100 subgrupos de tamaño 5 con parámetros $\alpha = 20$ y $\beta = 2$. Se simularon 20 subgrupos finales con parámetros $\alpha = 6$ y $\beta = 2$ para poder observar la eficiencia de las cartas en detectar el cambio en la media del proceso. Se tomó 8 como nivel de censuramiento C , con lo cual se obtuvo una proporción de censuramiento igual al 73.3 %.

Con el procedimiento MLE descrito en Lawless (1982), se encontró la estimación de los parámetros $\beta_0 = 2.0817$ y $\alpha_0 = 13.7530$, utilizando las ecuaciones (6) y (7) respectivamente. Con un nivel de censuramiento igual a 8 y con los valores de los parámetros encontrados, se obtuvo el valor esperado condicional igual a 0.0340094 bajo la distribución de valor extremo de (4). Trasladando este valor a la escala Weibull original utilizando (5), todas las observaciones censuradas fueron reemplazadas por un valor de 13.9795.

El valor aproximado del límite de control inferior para la carta CEV \bar{X} - Weibull, basado en la figura 2, da -2.512 . Se realiza de nuevo la traslación a la escala Weibull, con lo cual se tiene que el límite de control inferior es 4.1146.

La figura 3 muestra que en la implementación inicial de la carta no existen puntos por debajo del límite de control inferior, es decir, la media del proceso se encuentra bajo control. También se observa que, para las observaciones simuladas, asumiendo un cambio en la media, la carta muestra la señal de decrecimiento rápidamente.

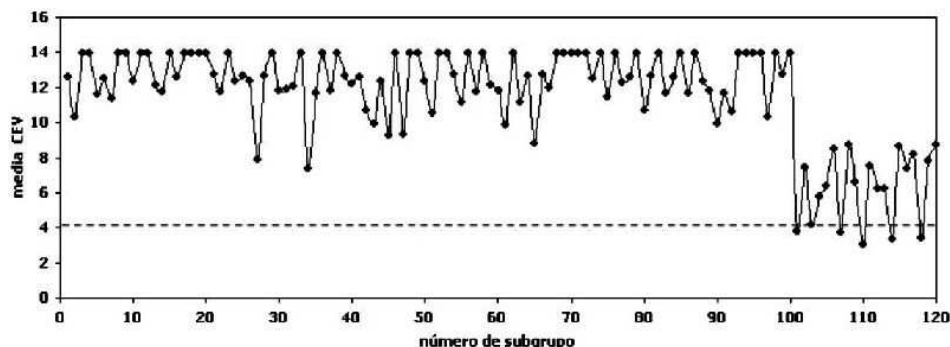


Figura 3: Ejemplo de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull cuando $n = 5$.

6. Resultados

6.1. Funcionamiento de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull

El funcionamiento de la carta de control $CEV\bar{X}$ bajo distribución Weibull para detectar decrecimientos en la media del proceso se realiza observando la probabilidad de detección del corrimiento de la media de acuerdo a los diferentes niveles de censuramiento utilizados. Se tomaron proporciones de censuramiento iguales a 1%, 50%, 90% y 99%, con el fin de observar el comportamiento de la carta de control cuando se cuenta con una gran proporción de datos censurados, al igual que cuando no se tiene gran cantidad de estos. Basándonos en el procedimiento utilizado por Zhang & Chen (2004), observamos decrecimientos en la media del proceso dada en (1) observando cambios en el parámetro α y tomando un valor fijo para β . De esta forma, se tomó el valor inicial para $\beta = 1$ y se fue disminuyendo gradualmente el valor de la media.

Las figuras 4 y 5 muestran los resultados de los cambios en la media del proceso para tamaños de muestra iguales a 3 y 5 respectivamente y diferentes proporciones de censuramiento. Los límites de control inferiores que se utilizaron para la construcción de la curva de potencia, se toman de las simulaciones realizadas bajo distribución de valor extremo que se muestran en las figuras 1 y 2, obtenidas utilizando una proporción de falsa alarma igual a 0.0027.

En las figuras 4 y 5 se observa que la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull decrece en eficiencia mientras se va aumentando la proporción de datos censurados. Además, para proporciones de 50% y 90% con tamaño de muestra igual a 3 la eficiencia es muy similar y la carta no pierde mucha potencia. Cuando se trabaja con $n = 5$, la carta

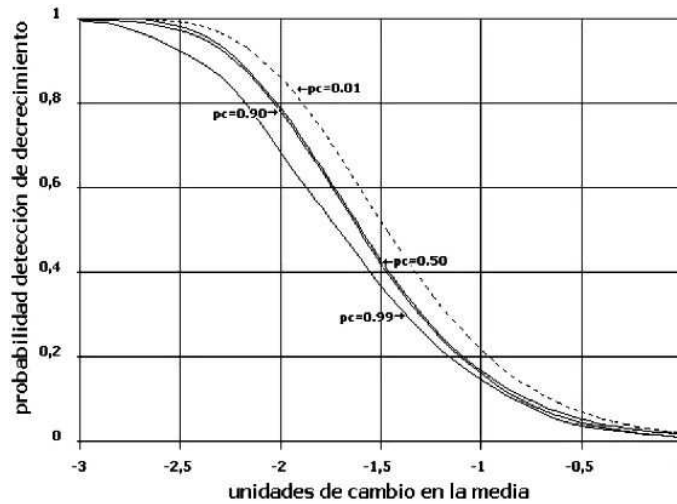


Figura 4: Potencia de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull para detectar cambios en la media del proceso cuando $n = 3$.

va perdiendo potencia gradualmente mientras se va aumentando la proporción de censuramiento.

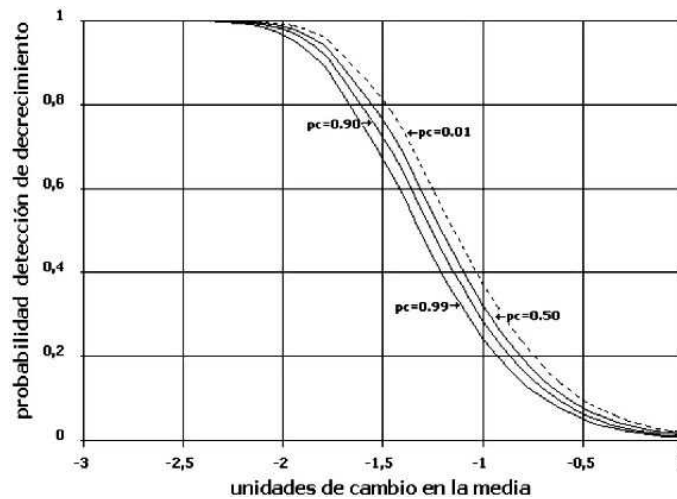


Figura 5: Potencia de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull para detectar cambios en la media del proceso cuando $n = 5$.

Se observa en ambas figuras que, para proporciones moderadas de censuramiento tales como 50 %, no hay casi pérdida en la potencia para detectar decrecimientos en la media del proceso. La pérdida de la potencia es más pronunciada cuando la razón de censuramiento se aproxima al 99 %. Esto se da porque cuando se cuenta con una poca proporción de datos censurados la variabilidad entre cada subgrupo

es mayor y así mismo es mayor la información que los datos pueden proporcionar, al contrario de cuando se tiene una gran proporción de datos censurados. Como en la mayoría de las aplicaciones la proporción de censuramiento está bajo control del investigador a través del nivel de censuramiento C , cabe notar que pocas observaciones censuradas proporcionan mayor información, pero de esta manera el estudio resultará mas costoso.

Se observa en los dos gráficos de potencia que la carta es más eficiente en detectar el cambio provocado en la media cuando $n = 5$ que cuando $n = 3$.

6.2. Comparación de cartas de control

A continuación se compara la carta de control CEV \bar{X} bajo distribución Weibull con la carta \bar{X} de Shewhart, np , \bar{X} - Weibull. Como la proporción de censuramiento en el proceso juega un papel importante, se construyó la curva de potencia para cada uno de los métodos tomando diferentes proporciones de censuramiento.

Las figuras 6 y 7 muestran la comparación entre la carta CEV \bar{X} - Weibull y la carta \bar{X} de Shewhart para detectar decrecimientos en la media cuando el tamaño de muestra es igual a 3 y a 5 respectivamente. Se puede ver que tanto para proporciones altas de censuramiento como para pocos datos censurados, la carta CEV \bar{X} - Weibull tiene una eficiencia mayor que la \bar{X} de Shewhart con ambos tamaños de muestra. Este resultado era esperado, ya que la carta \bar{X} de Shewhart ignora por completo el censuramiento que se pueda producir en los datos y trabaja bajo una distribución normal, mientras que la CEV \bar{X} - Weibull trabaja con una aproximación del valor real de los datos censurados teniendo en cuenta que estos se comportan bajo distribución Weibull.

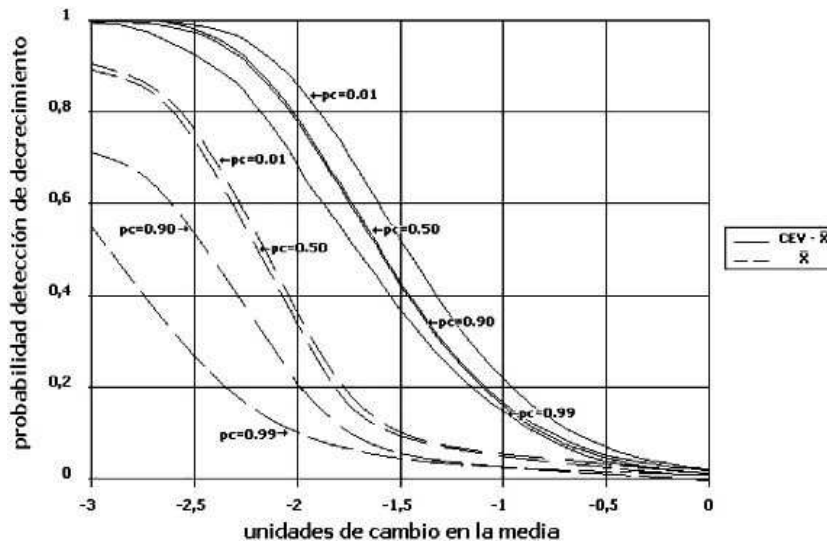


Figura 6: Comparación de la potencia entre la carta CEV \bar{X} - Weibull y \bar{X} de Shewhart cuando $n = 3$.

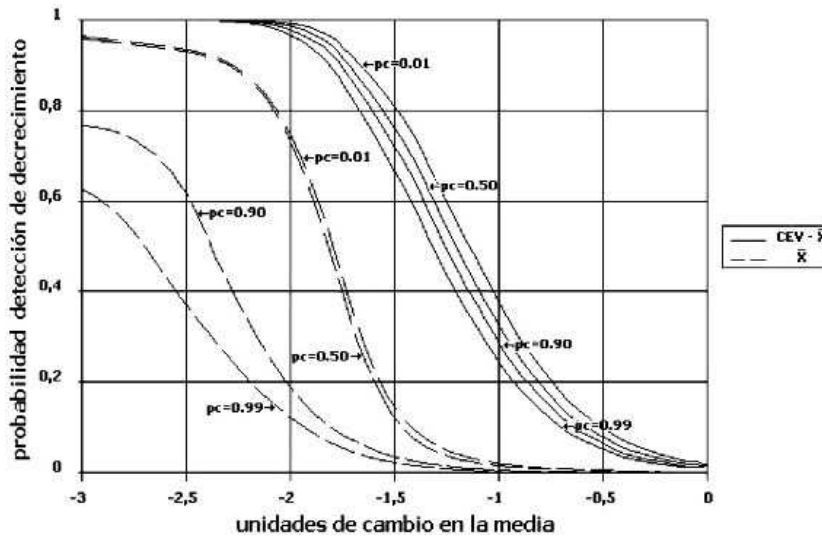


Figura 7: Comparación de la potencia entre la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull y \bar{X} de Shewhart cuando $n = 5$.

También se observa en las figuras que la eficiencia de la carta \bar{X} de Shewhart es menor cuando la proporción de censuramiento es alta y cuando se tiene un tamaño de muestra igual a 3, comportamiento que se da de igual manera en la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull.

Se considera ahora la carta de control tradicional np para el número de datos censurados en cada muestra. Sea X el número de datos censurados en la muestra. El objetivo de la carta es controlar decrecimientos en la media del proceso, detectando decrecimientos en la proporción de censuramiento. La comparación con la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull construida es compleja ya que la carta np no establece una medida fija de falsa alarma por estar basada en una variable aleatoria discreta como lo es la binomial; por lo tanto, es necesario construir el límite de control inferior de acuerdo a los valores de β encontrados bajo distribución binomial con base en la proporción de censuramiento y en el tamaño de cada subgrupo. En las tablas 1 y 2 se muestran los respectivos valores para cada tamaño de muestra, junto con la correspondiente probabilidad de falsa alarma encontrada. La curva de potencia para la carta np se construyó tomando proporciones de censuramiento iguales a 50% y 90%, donde el límite de control inferior es el valor dado por x .

La comparación entre la potencia de la carta np y la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull se muestra en las figuras 8 y 9 para tamaños de muestra iguales a 3 y 5 respectivamente. Aunque la potencia de las curvas para las dos diferentes proporciones de censuramiento no son directamente comparables debido a que tienen distintas probabilidades de falsa alarma, se puede notar que para ambos casos la potencia de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull es mayor que la de la carta np , notándose más la diferencia cuando el tamaño de muestra es igual a 3.

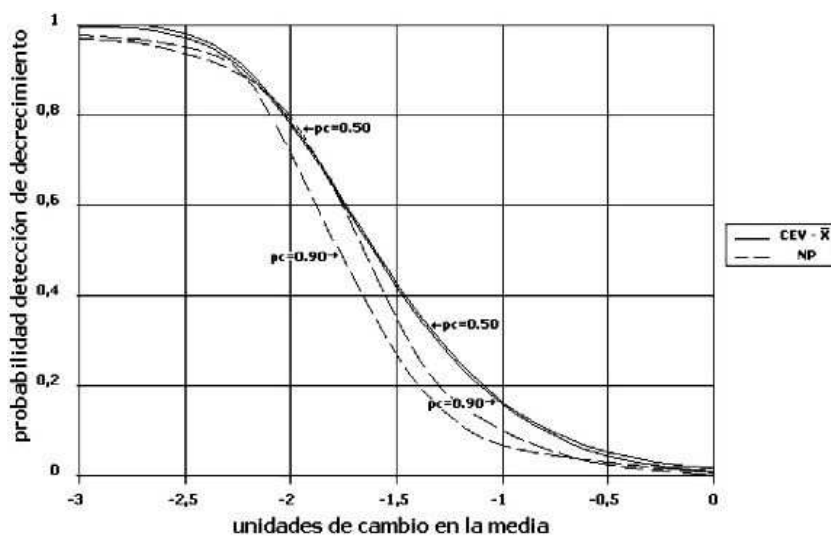
La potencia de la carta np para detectar decrecimientos en la media es pobre cuando se produce un cambio fuerte en la media del proceso, pero en realidad la

Tabla 1: Regla de decisión para la carta np cuando $n = 3$.

Pc	x	Probabilidad de falsa alarma
0.50	1	0.1250
0.75	1	0.01562
0.90	1	0.0010
0.95	2	0.00725
0.99	2	0.00029

Tabla 2: Regla de decisión para la carta np cuando $n = 5$.

Pc	x	Probabilidad de falsa alarma
0.50	1	0.03125
0.75	1	0.00097
0.90	3	0.00856
0.95	3	0.00115
0.99	4	0.00098

Figura 8: Comparación de la potencia entre la carta $CEV - \bar{X}$ - Weibull y np cuando $n = 3$.

verdadera desventaja al utilizar este tipo de carta, es la de no trabajar con el valor exacto de las observaciones sino con una variable cualitativa con la cual se pierde información respecto a la verdadera media del tiempo de vida de los artículos, generando la posibilidad de sacar conclusiones no muy profundas sobre el proceso.

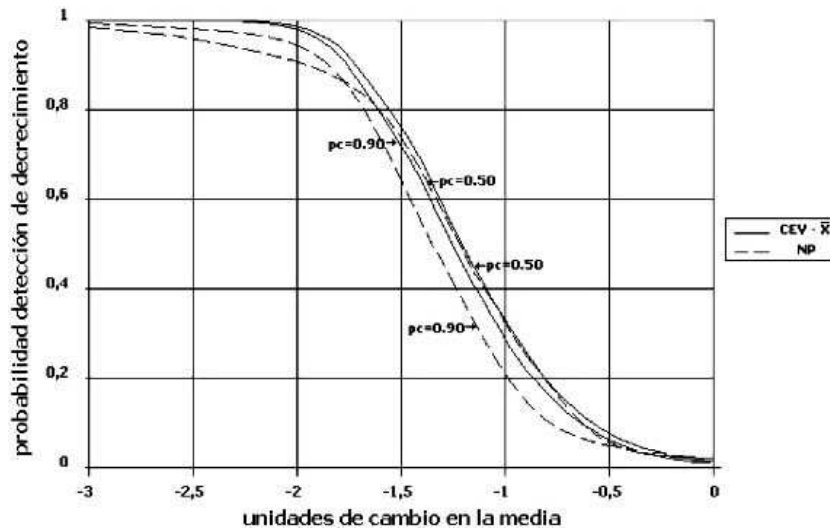


Figura 9: Comparación de la potencia entre la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull y np cuando $n = 5$.

Por último, se compara la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull con la \bar{X} - Weibull, la cual toma como límite de control inferior el percentil 0.0027 de la media de la distribución Weibull obtenido por simulación.

Las figuras 10 y 11 muestran la poca potencia de la carta \bar{X} - Weibull para detectar decrecimientos en la media cuando se tienen datos censurados y que su eficiencia disminuye cuando aumenta la proporción de censuramiento. La utilización de esta carta es razonable cuando el valor del nivel de censuramiento C está por encima del límite de control inferior, es decir, cuando se logra encontrar un valor C apropiado para una proporción adecuada, ya que de lo contrario la carta producirá una proporción de falsa alarma bastante alta debido a que el límite de control no toma en cuenta el sesgo que producen las observaciones censuradas.

7. Conclusiones

En aplicaciones industriales en donde se desea controlar la media de un proceso de producción y se cuenta con observaciones calculadas bajo censuramiento Tipo I, la carta de control $CEV\bar{X}$ construida puede emplearse teniendo en cuenta que trabaja bajo el supuesto de que los datos son representados por una distribución Weibull. Esta carta de control $CEV\bar{X}$ - Weibull puede utilizarse no solamente en procesos con una gran proporción de datos censurados sino también en aquellos en donde dicha proporción es pequeña.

La carta de control $CEV\bar{X}$ - Weibull mostró ser más eficiente para detectar decrecimientos en la media del proceso cuando se trabaja con datos censurados que las cartas \bar{X} de Shewhart, np y \bar{X} - Weibull.

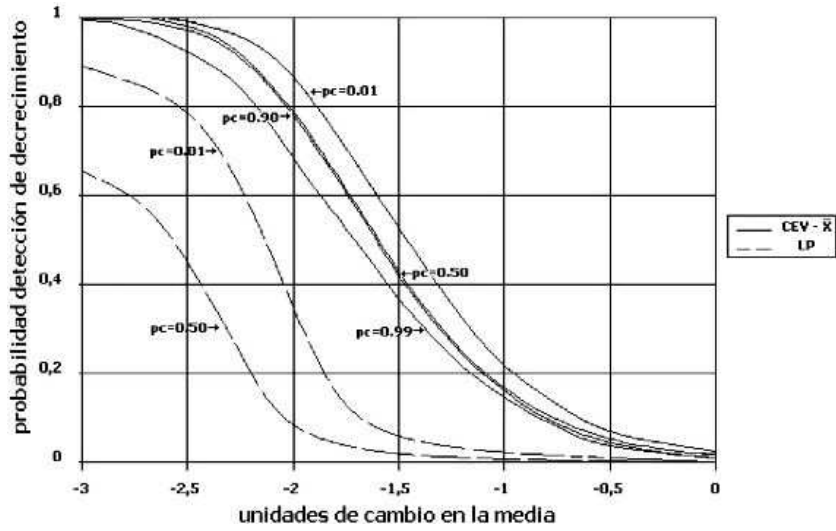


Figura 10: Comparación de la potencia entre la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull y \bar{X} - Weibull cuando $n = 3$.

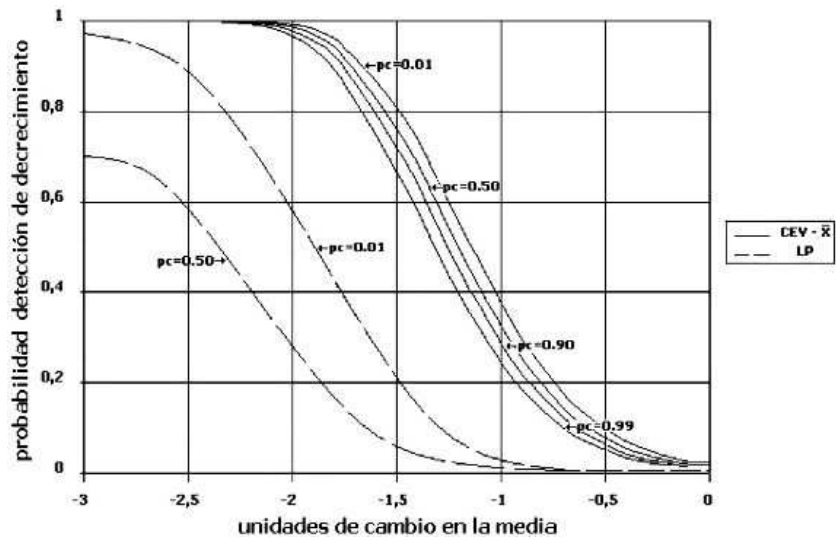


Figura 11: Comparación de la potencia entre la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull y \bar{X} - Weibull cuando $n = 5$.

La eficiencia de la carta de control $CEV\bar{X}$ - Weibull para detectar decrecimientos en la media del proceso tiende a disminuir gradualmente al aumentar la proporción de datos censurados. Sin embargo, su comportamiento es mejor que la \bar{X} de Shewhart bajo distribución normal, la cual muestra menor eficiencia que la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull para tamaños de muestra iguales a 3 y a 5 respectivamente.

La potencia de la carta np es menor que la de la carta $CEV\bar{X}$ - Weibull cuando se tiene una gran proporción de datos censurados utilizando un tamaño de muestra de 3 o 5. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la comparación no se realiza con la misma probabilidad de falsa alarma.

Al utilizar un límite de probabilidad inferior para monitorear el proceso, se comparó la eficiencia de esta carta con la $CEV\bar{X}$ - Weibull para proporciones de 1 % y 50 % de censuramiento, dando como resultado que la carta $CEV\bar{X}$ construida es más eficiente para detectar cambios en la media, al menos cuando se trabaja con tamaños de subgrupos iguales a 3 o a 5. De igual forma, utilizar límites de probabilidad no es adecuado ya que para proporciones grandes de censuramiento es muy probable que el valor de C esté muy cerca o aún por debajo del límite de control, lo cual ocasionaría una alta probabilidad de falsa alarma.

En conclusión, la carta de control construida al reemplazar las observaciones censuradas por su respectivo valor esperado condicional (CEV) bajo distribución Weibull es más potente para detectar cambios en el decrecimiento de la media cuando se trabaja con tamaños de muestra iguales a 3 o a 5 que los demás métodos utilizados frecuentemente en el monitoreo de procesos de control para datos censurados. Por el comportamiento de la potencia de la carta, se puede pensar que para tamaños de muestra $n > 5$ se esperan resultados similares. Esto será objeto de estudio en investigaciones posteriores.

Recibido: 11 de Febrero de 2005

Aceptado: 14 de Junio de 2005

Referencias

- Crowder, M. J. (1994), *Statistical Analysis of Reliability Data*, Chapman & Hall.
- Escobar, A. L. & Meeker, Q. W. (1998), *Statistical Methods for Reliability Data*, John Wiley & Sons.
- Lawless, J. F. (1982), *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons.
- Steiner, H. S. & Mackay, J. R. (2000), 'Monitoring processes with highly censored data', *Journal of Quality Technology* **32**, 199–208.
- Zhang, L. & Chen, G. (2004), 'EWMA charts for monitoring the mean of censored Weibull lifetimes', *Journal of Quality Technology* **36**, 321–328.