Сибирский математический журнал
Март—апрель, 2001. Том 42, № 2

УДК 517.98

О ЛИФТИНГЕ КВАЗИРАДОНОВЫХ МЕР

С. А. Малюгин

Аннотация: Для непрерывного открытого отображения $\pi : \mathrm{X} \to \Pi$ доказано существование линейного мажорируемого лифтинга пространства квазирадоновых мер, заданных на борелевской σ-алгебре локально компактного паракомпактного пространства Π в пространство квазирадоновых мер, определенных на борелевской σ-алгебре локально компактного пространства X. Следствием из этого результата является теорема о продолжении мажорируемых отображений с замкнутой подгруппы локально компактной абелевой группы. Библиогр. 19.

Радоновы и квазирадоновы векторные меры изучались многими авторами. Такие меры особенно важны в связи с интегральными представлениями различных классов линейных операторов [1–4]. В [5] доказана теорема о представлении мажорируемых операторов в виде интеграла по квазирадоновой мере, которая применялась при решении векторной проблемы моментов [5, 6], при построении тензорных произведений и проективных пределов квазирадоновых мер [7], а также использовалась при доказательстве векторного аналога теоремы Бохнера [8]. Для векторных мер есть еще одна операция, которая нами ранее не рассматривалась, — это операция поднятия меры.

Всюду в дальнейшем $(Y, |\cdot|, F)$ — комплексное решеточно нормированное пространство с нормирующим K-пространством F и векторной нормой $|\cdot| : Y \to F^+$. Будем всегда предполагать, что относительно этой нормы пространство Y является порядково полным. Кроме того, считаем, что в F существует порядковая единица $\mathbf{1}$, и обозначаем через $\mathscr{B}(\mathbf{1})$ булеву алгебру всех осколков элемента $\mathbf{1}$. Для булевой алгебры $\mathscr{A}$ обозначаем через $ba(\mathscr{A}, Y)$ пространство всех конечно аддитивных мер $\mu : \mathscr{A} \to Y$, имеющих ограниченную F-вариацию $|\mu| : \mathscr{A} \to F$. Пространство $ba(\mathscr{A}, Y)$ будет решеточно нормированным, если в качестве нормы меры μ рассматривать ее векторную вариацию $|\mu|$. Пусть X — локально компактное топологическое пространство. Через $qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y)$ обозначаем пространство всех квазирадоновых σ-аддитивных мер, определенных на борелевской σ-алгебре $\mathscr{B}(\mathrm{X})$ и принимающих значения в Y, см. [5]. Меру со значениями в F будем называть *спектральной*, если ее образ лежит в $\mathscr{B}(\mathbf{1})$. Множество всех спектральных квазирадоновых мер обозначаем через $qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), \mathscr{B}(\mathbf{1}))$.

Пусть $\pi : \mathrm{X} \to \Pi$ — борелевское отображение пространства X на другое локально компактное пространство Π. Говорят, что мера $\tilde{\mu} \in qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y)$ является π-*лифтингом* меры $\mu \in qca(\mathscr{B}(\Pi), Y)$, если $\mu = \tilde{\mu} \circ \pi^{-1}$. Для скалярных положительных мер определение лифтинга (поднятия) меры можно найти, например, в [9]. *Мажорируемым квазирадоновым лифтингом* будем называть пару линейных операторов $L : qca(\mathscr{B}(\Pi), Y) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y)$ и $|L| : qca(\mathscr{B}(\Pi), F) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), F)$, удовлетворяющих следующим свойствам:

(1) $L\mu \circ \pi^{-1} = \mu$ $(\mu \in qca(\mathscr{B}(\Pi), Y))$;

(2) $|L|\nu \circ \pi^{-1} = \nu$ $\nu \in qca(\mathscr{B}(\Pi), F)$;
(3) $|L\mu| = |L||\mu|$ $\mu \in qca(\mathscr{B}(\Pi), Y)$;
(4) $\nu \in qca(\mathscr{B}(\Pi), \mathscr{B}(\mathbf{1})) \Rightarrow |L|\nu \in qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), \mathscr{B}(\mathbf{1}))$.

В данной работе будет доказана теорема о существовании лифтинга для векторных мер в случае, когда пространство Π паракомпактно, а отображение π непрерывно и открыто. Основная трудность состоит в том, чтобы сохранить в лифтинге свойство квазирадоновости меры.

Введем одно новое понятие. Множество $S \subseteq \mathrm{X}$ называем *компактным π-сечением*, если для любого $x \in \Pi$ множество $S \cap \pi^{-1}(\{x\})$ одноэлементное и для любого компактного множества $K \subseteq \Pi$ существует компактное множество $K' \subseteq \mathrm{X}$ такое, что $K' \supseteq S \cap \pi^{-1}(K)$.

Лемма 1. *Если Π — локально компактное паракомпактное пространство и отображение $\pi : \mathrm{X} \to \Pi$ открыто, то в X существует компактное π-сечение.*

Доказательство. Так как Π сильно паракомпактно, существует звездно конечное покрытие ω пространства Π открытыми множествами, имеющими компактные замыкания. Рассмотрим в ω следующее отношение эквивалентности. Два множества U и V из покрытия ω считаем эквивалентными, если для некоторого $n \in \mathbb{N}$ в ω существует конечная последовательность $\{U_k\}_{k=1}^n$ такая, что $U_1 = U$, $U_n = V$ и $U_k \cap U_{k+1} \neq \varnothing$ $(1 \leq k < n)$. Выберем в каждом из полученных классов эквивалентности по одному элементу и обозначим это семейство множеств через $\{U_\alpha\}_{\alpha \in A}$. Для любого $(\alpha \in A)$ полагаем $K_{\alpha,1} = \overline{U}_\alpha$ (где $\overline{U}_\alpha$ — замыкание множества U_α). Допустим, что для некоторого $n \in \mathbb{N}$ уже построено семейство компактных множеств $\{K_{\alpha,n}\}_{\alpha \in A}$. Обозначим через $\omega_{\alpha,n}$ семейство всех множеств из покрытия ω, пересекающихся с $K_{\alpha,n}$. Так как покрытие ω звездно конечно, все $\omega_{\alpha,n}$ конечны. Полагаем теперь $K_{\alpha,n+1} = \overline{\cup\, \omega_{\alpha,n}}$ $(\alpha \in A)$. Таким образом, индукцией по n будет построено семейство компактных множеств $\{K_{\alpha,n} : \alpha \in A, n \in \mathbb{N}\}$. Пусть $O_\alpha = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} K_{\alpha,n}$ $(\alpha \in A)$. По построению множества O_α открыто-замкнуты, не пересекаются и $\bigcup\limits_{\alpha \in A} O_\alpha = \Pi$. Фиксируем некоторые $\alpha \in A$, $n \in \mathbb{N}$ и для любого $g \in \pi^{-1}(K_{\alpha,n})$ возьмем окрестность V_g элемента g, имеющую компактное замыкание. Из открытого покрытия $\{\pi(V_g) : g \in \pi^{-1}(K_{\alpha,n})\}$ множества $K_{\alpha,n}$ можно выбрать конечное подпокрытие $\{\pi(V_{g_k})\}_{k=1}^m$. Полагаем $K'_{\alpha,n} = \bigcup\limits_{k=1}^{m} \overline{V}_{g_k}$. Таким образом, мы построили в X семейство компактных множеств $\{K'_{\alpha,n} : \alpha \in A, n \in \mathbb{N}\}$ такое, что $K_{\alpha,n} \subseteq \pi(K'_{\alpha,n})$ $(\alpha \in A, n \in \mathbb{N})$. Для фиксированного $\alpha \in A$ и любого $x \in K_{\alpha,1}$ выбираем некоторый элемент $g_{\alpha,1,x} \in K'_{\alpha,1} \cap \pi^{-1}(K_{\alpha,1})$. Аналогичным образом при $n \geq 2$ и $x \in K_{\alpha,n} \setminus K_{\alpha,n-1}$ выбираем элемент $g_{\alpha,n,x} \in K'_{\alpha,n} \cap \pi^{-1}(K_{\alpha,n} \setminus K_{\alpha,n-1})$. Теперь можно положить

$$S = \{g_{\alpha,n,x} : \alpha \in A, n \in \mathbb{N}, x \in K_{\alpha,n} \setminus K_{\alpha,n-1}\}.$$

Легко проверяется, что S является компактным π-сечением в X. Тем самым лемму можно считать доказанной.

Известно, что локально компактная топологическая группа паракомпактна [10, теорема 8.13].

Лемма 2. *Пусть X — локально компактная группа и H — замкнутая подгруппа в X. Если π — естественное отображение группы X в пространство левых смежных классов $\Pi = \mathrm{X}/H$, то в X существует компактное π-сечение.*

Доказательство этой леммы следует из того, что однородное пространство левых смежных классов X/H локально компактно и паракомпактно.

Пусть $\mathscr{B}$ — полная булева алгебра, $\mathscr{A}$ — подалгебра в $\mathscr{B}$. Нам потребуется далее следующее усиление теоремы Хорна — Тарского и Лося — Марчевского.

Теорема 1. *Существуют два линейных отображения* $L_{\mathscr{B}} : ba(\mathscr{A}, Y) \to ba(\mathscr{B}, Y)$ *и* $|L_{\mathscr{B}}| : ba(\mathscr{A}, F) \to ba(\mathscr{B}, F)$ *такие, что*

(1) $L_{\mathscr{B}}\mu(A) = \mu(A)$ $(\mu \in ba(\mathscr{A}, Y),\ A \in \mathscr{A})$;

(2) $|L_{\mathscr{B}}|\nu(A) = \nu(A)$ $(\nu \in ba(\mathscr{A}, F),\ A \in \mathscr{A})$;

(3) $|L_{\mathscr{B}}\mu| = |L_{\mathscr{B}}||\mu|$ $(\mu \in ba(\mathscr{A}, Y))$;

(4) *если мера* $\nu \in ba(\mathscr{A}, F)$ *спектральная, то мера* $|L_{\mathscr{B}}|\nu$ *тоже спектральная.*

Доказательство. По трансфинитной индукции строим следующее вполне упорядоченное семейство подалгебр. Полагаем $\mathscr{A}_0 = \mathscr{A}$. Если для всех ординалов $\beta < \alpha$ построены подалгебры $\mathscr{A}_\beta$ и α — предельный ординал, то полагаем $\mathscr{A}_\alpha = \bigcup\limits_{\beta<\alpha} \mathscr{A}_\beta$. Если $\alpha = \beta + 1$ и подалгебра $\mathscr{A}_\beta$ уже построена, то выбираем произвольно элемент $b_\beta \in \mathscr{B} \setminus \mathscr{A}_\beta$ и в качестве $\mathscr{A}_\alpha$ берем подалгебру, порожденную множеством $\mathscr{A}_\beta \cup \{b_\beta\}$. Таким образом, для некоторого ординала γ и всех $\beta < \gamma$ мы построим семейство элементов $\{b_\beta\}_{\beta<\gamma}$ и семейство подалгебр $\{\mathscr{A}_\beta\}_{\beta\le\gamma}$, при этом $\mathscr{A}_\gamma = \mathscr{B}$. Далее, для любого $b \in \mathscr{A}_{\beta+1}$ рассмотрим направление $T(b)$, состоящее из пар $(\underline{a}, \overline{a})$ элементов из $\mathscr{A}_\beta$ таких, что $\underline{a} \le b \wedge b_\beta$ и $\overline{a} \ge b - b_\beta$. Считаем $(\underline{a}_1, \overline{a}_1) \le (\underline{a}_2, \overline{a}_2)$, если $\underline{a}_1 \le \underline{a}_2$ и $\overline{a}_1 \ge \overline{a}_2$. Для этого направления строим направленность $\{a_t : t \in T(b)\}$, где для $t = (\underline{a}, \overline{a})$ полагаем $a_t = \underline{a} \vee \overline{a}$. По трансфинитной индукции строим семейство линейных отображений $L_\alpha : ba(\mathscr{A}, Y) \to ba(\mathscr{A}_\alpha, Y)$ и $|L_\alpha| : ba(\mathscr{A}, F) \to ba(\mathscr{A}_\alpha, F)$, удовлетворяющее всем требованиям теоремы и такое, что $L_\alpha\mu(a) = L_\beta\mu(a)$ для всех $\beta < \alpha$, $\mu \in ba(\mathscr{A}_\beta, Y)$ и $a \in \mathscr{A}_\beta$. Нам осталось только по известному отображению L_β построить отображение $L_{\beta+1}$. Пусть $b \in \mathscr{A}_{\beta+1}$. Положим

$$\underline{\nu}(b) = \sup\{|L_\beta\mu|(a) : a \in \mathscr{A}_\beta, a \le b \wedge b_\beta\},$$

$$\overline{\nu}(b) = \inf\{|L_\beta\mu|(a) : a \in \mathscr{A}_\beta, a \ge b \vee b_\beta\}.$$

Для $t = (\underline{a}, \overline{a}) \in T(b)$ рассмотрим в F направленность

$$h_t = \underline{\nu}(b) - |L_\beta\mu|(\underline{a}) + |L_\beta\mu|(\overline{a}) - \overline{\nu}(b).$$

Она, очевидно, убывает к нулю. Для данного $t \in T(b)$ рассмотрим любые $t' = (\underline{a}', \overline{a}') > t$, $t'' = (\underline{a}'', \overline{a}'') > t$. Из оценки

$$|L_\beta\mu(a_{t'}) - L_\beta\mu(a_{t''})| \le |L_\beta\mu|(\underline{a}' \triangle \underline{a}'') + |L_\beta\mu|(\overline{a}' \triangle \overline{a}'') \le 2h_t$$

получаем o-фундаментальность направленности $\{L_\beta\mu(a_t),\ t \in T(b)\}$. Теперь мы одновременно для всех $b \in \mathscr{A}_{\beta+1}$ можем положить

$$L_{\beta+1}\mu(b) = \underset{t\in T(b)}{o\text{-}\lim} L_\beta\mu(a_t).$$

Линейность отображения $L_{\beta+1}$ следует из его определения. Так как мы, по существу, получили «порядковую плотность» подалгебры $\mathscr{A}_\beta$ в $\mathscr{A}_{\beta+1}$, то все свойства (1)–(4) тоже сразу выводятся из этой конструкции. Теорема доказана.

Замечание 1. Теорема Хорна — Тарского [11] и Лося — Марчевского [12] обобщалась в нескольких направлениях, см. [13, 14]. С применением булевозначных моделей в [15] было рассмотрено крайнее продолжение меры со значением в пространстве Банаха — Канторовича. Крайнее продолжение мажорируемого оператора получено в [16]. Кроме того, следует упомянуть о работе [17], в которой построен оператор линейного продолжения в K-пространстве регулярных операторов. Попытка построить оператор линейного продолжения в пространстве мажорируемых операторов, аналогичный оператору продолжения из [17], к успеху не приводит. Дело в том, что не существует направленности векторов, аналогичной направленности $\{a_t : t \in T(b)\}$ из доказательства теоремы 2, которая была бы «универсальной» для всех мажорируемых операторов.

Теорема 2. *Пусть* X, Π — *локально компактные пространства, причем пространство* Π *паракомпактно, а отображение* $\pi : \mathrm{X} \to \Pi$ *непрерывно и открыто. Тогда для пары пространств* X, Π *существует мажорируемый квазирадоновый* π*-лифтинг*

$$L : qca(\mathscr{B}(\Pi), Y) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y),$$
$$|L| : qca(\mathscr{B}(\Pi), F) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), F).$$

Доказательство. Пусть S — компактное π-сечение в X. Рассмотрим на S σ-алгебру $\mathscr{A} = \{\pi^{-1}(B) \cap S : B \in \mathscr{B}(\Pi)\}$ и меры

$$\mu_S(\pi^{-1}(B) \cap S) = \mu(B), \quad |\mu_S|(\pi^{-1}(B) \cap S) = |\mu|(B) \quad (B \in \mathscr{B}(\Pi))$$

(так как S является π-сечением, такое определение мер μ_S и $|\mu_S|$ корректно). По теореме 1 существуют продолжения $\tilde{\mu}_S = L_{\mathscr{B}}\mu_S$ и $|\tilde{\mu}_S| = |L_{\mathscr{B}}||\mu_S|$ мер μ_S и $|\mu_S|$ на алгебру $\mathscr{B} = 2^S$ всех подмножеств множества S. Наконец, продолжим меры $\tilde{\mu}_S$ и $|\tilde{\mu}_S|$ на алгебру 2^{X}, для любого множества $A \subset \mathrm{X}$ полагая

$$\tilde{\mu}_{\mathrm{X}}(A) = \tilde{\mu}_S(A \cap S), \quad |\tilde{\mu}_{\mathrm{X}}|(A) = |\tilde{\mu}_S|(A \cap S).$$

Пусть $\mathrm{C}_b(\mathrm{X})$ — пространство всех ограниченных непрерывных функций на X. Рассмотрим два линейных оператора $T_\mu : \mathrm{C}_b(\mathrm{X}) \to Y$ и $T_{|\mu|} : \mathrm{C}_b(\mathrm{X}) \to F$, которые определяются следующим образом:

$$T_\mu f = \int\limits_{\mathrm{X}} f\, d\tilde{\mu}_{\mathrm{X}}, \quad T_{|\mu|} f = \int\limits_{\mathrm{X}} f\, d|\tilde{\mu}|_{\mathrm{X}} \quad (f \in \mathrm{C}_b(\mathrm{X}))$$

(определение интеграла по Y-значной мере имеется в [5, 7]). Легко заметить, что $T_{|\mu|}$ является мажорантой для T_μ. Так как S — компактное π-сечение в X, для операторов T_μ, $T_{|\mu|}$ выполняются условия теоремы 6 из [5]. В силу этой теоремы существуют квазирадоновы меры

$$L\mu \in qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y), \quad |L||\mu| \in qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), F)$$

такие, что

$$T_\mu f = \int\limits_{\mathrm{X}} f\, dL\mu, \quad T_{|\mu|} f = \int\limits_{\mathrm{X}} f\, d|L||\mu| \quad (f \in \mathrm{C}_b(\mathrm{X})).$$

Далее, следует проверить, что меры $L\mu$ и $|L||\mu|$ являются поднятиями для μ и $|\mu|$. Рассмотрим в Π любое открытое множество U и направленность $\{f_\alpha : \alpha \in A\}$ функций из $\mathrm{C}_b(\Pi)$ такую, что f_α монотонно возрастает к характеристической функции χ_U множества U. Определим мажорируемый оператор

$$I_\mu f = \int\limits_{\Pi} f\, d\mu \quad (f \in \mathrm{C}_b(\Pi)).$$

Из свойств квазирадоновых мер следует равенство $\mu(U) = o\text{-}\lim_\alpha I_\mu f_\alpha$, см [5]. Кроме того, очевидно, направленность $f_\alpha \circ \pi$ принадлежит $\mathrm{C}_b(\mathrm{X})$ и монотонно возрастает к характеристической функции $\chi_{\pi^{-1}(U)}$. Поэтому $L\mu(\pi^{-1}(U)) = o\text{-}\lim_\alpha T_\mu f_\alpha \circ \pi$. Из тождества $I_\mu f_\alpha = T_\mu f_\alpha \circ \pi$ вытекает равенство $L\mu(\pi^{-1}(U)) = \mu(U)$. В силу σ-аддитивности квазирадоновых мер равенство

$$L\mu(\pi^{-1}(B)) = \mu(B) \quad (B \in \mathscr{B}(\Pi))$$

легко доказывается с помощью леммы о монотонном классе. Аналогично имеем равенство

$$|L||\mu|(\pi^{-1}(B)) = |\mu|(B) \quad (B \in \mathscr{B}(\Pi)).$$

Мы не будем останавливаться на стандартном доказательстве равенства $|L\mu| = |L||\mu|$. Далее, все доказательства можно было бы провести и для пространства мер $qca(\mathscr{B}(\Pi), F)$. Поэтому оператором $|L|$ можно действовать на любую меру $\nu \in qca(\mathscr{B}(\Pi),F)$. Если теперь мера ν является спектральной, то оператор $T_{|\nu|} : \mathrm{C}_b(\Pi) \to F$ будет гомоморфизмом. Поэтому квазирадонова мера $|L||\nu|$, представляющая $T_{|\nu|}$, тоже спектральная. Теорема доказана.

В качестве одного из применений теоремы 2 рассмотрим задачу о продолжении мажорируемых отображений. Пусть G — локально компактная абелева группа и X — двойственная к G группа. Отображение $\varphi : G \to Y$ будем называть *мажорируемым*, если существует отображение $\psi : G \to F$ такое, что

$$\left| \sum_{j,k=1}^{n} \varphi(g_j - g_k)\bar{c}_j c_k \right| \leq \sum_{j,k=1}^{n} \psi(g_j - g_k)\bar{c}_j c_k$$

для всех $n \in \mathbb{N}$, $c_j \in \mathbb{C}$, $g_j \in G$, $j = 1, \ldots, n$. Отображение ψ в этом случае будем называть *мажорантой* для φ. Кроме того, ψ будет *положительно определенным* в том смысле, что

$$\sum_{j,k=1}^{n} \psi(g_j - g_k)\bar{c}_j c_k \in F^+$$

для всех $n \in \mathbb{N}$, $c_j \in \mathbb{C}$, $g_j \in G$, $j = 1, \ldots, n$. Обозначим через $M_o(G, Y)$ линейное пространство всех мажорируемых отображений, имеющих порядково непрерывные мажоранты. Это пространство решеточно нормированные, если в качестве нормы отображения $\varphi \in M_o(G, Y)$ рассматривать его наименьшую мажоранту $|\varphi| \in M_o(G, F)$. Наименьшая мажоранта существует благодаря следующему аналогу теоремы Бохнера для мажорируемых отображений [8].

Теорема 3. *Отображение $\varphi : G \to Y$ принадлежит пространству $M_o(G, Y)$ тогда и только тогда, когда существует (единственная) квазирадонова мера $\mu \in qca(\mathscr{B}(G), Y)$ такая, что*

$$\varphi(g) = \int_{\mathrm{X}} \chi(g)\mu(d\chi) \quad (g \in G).$$

Меру μ естественно называть *преобразованием Фурье отображения* φ, и можно ввести обозначения $\mu = \widehat{\varphi}$, $\varphi = \check{\mu}$. Пусть H — замкнутая подгруппа в G и Π — группа, двойственная к H. Она является фактор-группой группы X. Пусть $\pi : \mathrm{X} \to \Pi$ — естественный гомоморфизм X на Π. Рассмотрим мажорируемый квазирадоновый лифтинг

$$L : qca(\mathscr{B}(\Pi), Y) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), Y), \quad |L| : qca(\mathscr{B}(\Pi), F) \to qca(\mathscr{B}(\mathrm{X}), F).$$

Положим

$$l\varphi = (L\widehat{\varphi})\check{}, \quad |l|\psi = (|L|\hat{\psi})\check{} \quad (\varphi \in M_o(H, Y), \psi \in M_o(H, F)).$$

Отображение $\psi : H \to F$ будем называть *унитарным представлением группы* H, если $|\psi(g)| = \mathbf{1}$ и $\psi(g_1 g_2) = \psi(g_1)\psi(g_2)$ $(g, g_1, g_2 \in H)$. Непосредственно из теорем 2, 3 и леммы 2 получаем

Следствие 1. *Существуют линейные отображения*

$$l : M_o(H, Y) \to M_o(G, Y), \quad |l| : M_o(H, F) \to M_o(G, F),$$

обладающие следующими свойствами:

(1) $l\varphi(g) = \varphi(g)$ $(g \in H,\ \varphi \in M_o(H, Y))$;

(2) $|l|\psi(g) = \psi(g)$ $(g \in H,\ \psi \in M_o(H, F)$;

(3) $|l\varphi| = |l||\varphi|$ $(\varphi \in M_o(H, Y))$;

(4) если $\psi : H \to F$ — унитарное представление подгруппы H, то $l\psi$ будет унитарным представлением группы G.

Отметим, что теорема о продолжении унитарного представления получена в [18] с помощью булевозначного принципа переноса из известного факта о продолжении характеров. В скалярном случае теорема о продолжении положительно определенного отображения имеется в [10, § 34.48(c)]. Если группа G неабелева, то такая теорема уже не верна. Соответствующий контрпример, построенный А. Дуади, имеется в [19].

Замечание 2. Представляет интерес также случай частично упорядоченного векторного пространства, так как в этот класс попадает пространство всех самосопряженных операторов, действующих в некотором гильбертовом пространстве. Пусть E — монотонно полное частично упорядоченное векторное пространство и $E_{\mathbf{C}}$ — его комплексификация. Пользуясь методом погружения в K-пространство, см. [3], можно утверждать, что аналоги теоремы 3 и следствия 1 остаются справедливыми, если $E_{\mathbf{C}}$ будет пространством образов.

Автор выражает благодарность А. Г. Кусраеву за внимание и интерес к этой работе и рецензенту за замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Канторович Л. В., Вулих Б. З., Пинскер А. Г.* Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах. М.; Л.: Гостехиздат, 1961.
2. *Wright J. D. M.* Stone-algebra-valued measures and integrals // Proc. London Math. Soc. 1969. V. 19, N 1. P. 107–122.
3. *Khurana S. S.* Lattice valued Borel measures // Rocky Mountain J. Math. 1976. V. 6, N 2. P. 377–382.
4. *Khurana S. S.* Lattice valued Borel measures. II // Trans. Amer. Math. Soc. 1978. V. 235. P. 205–211.
5. *Малюгин С. А.* Квазирадоновы меры // Сиб. мат. журн. 1991. Т. 32, № 5. С. 101–111.
6. *Малюгин С. А.* Проблема моментов в K_σ-пространстве // Сиб. мат. журн. 1993. Т. 34, № 2. С. 110–120.
7. *Кусраев А. Г., Малюгин С. А.* Произведение и проективный предел векторных мер // Современные проблемы геометрии и анализа / Тр. Ин-та математики СО АН СССР. Новосибирск: Наука, 1989. Т. 14. С. 132–152.
8. *Кусраев А. Г., Малюгин С. А.* О преобразовании Фурье мажорируемых отображений // Сиб. мат. журн. 1994. Т. 35, № 6. С. 1287–1304.
9. *Бурбаки Н.* Интегрирование. Меры на локально компактных пространствах, продолжение меры, интегрирование мер, меры на отделимых пространствах. М.: Наука, 1977.
10. *Хьюитт Э., Росс К.* Абстрактный гармонический анализ. М.: Наука, 1975. Т. 1, 2.

11. *Horn A., Tarski A.* Measures in Boolean algebras // Trans. Amer. Math. Soc. 1948. V. 64, N 3. P. 467–497.
12. *Łoś J., Marczewski E.* Extensions of measures // Fund. Math. 1949. V. 36. P. 267–276.
13. *Lipecki Z., Plachky D., Thomsen W.* Extensions of positive operators and extreme points. I // Colloq. Math. 1979. V. 42. P. 279–284.
14. *Lipecki Z.* Extensions of additive set functions with values in a topological group // Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 1974. V. 12, N 1. P. 19–27.
15. *Кусраев А. Г., Малюгин С. А.* О продолжении конечно аддитивных векторных мер // Мат. заметки. 1990. Т. 48, № 1. С. 56–60.
16. *Колесников Е. В., Кусраев А. Г., Малюгин С. А.* О мажорируемых операторах. Новосибирск, 1988. 30 с. (Препринт/АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т математики; № 26).
17. *Кусраев А. Г.* Об одном свойстве базы K-пространства регулярных операторов и некоторых его приложениях. Новосибирск, 1977. 16 с. (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т математики).
18. *Takeuti G.* A transfer principle in harmonic analysis // J. Symbolic Logic. 1979. V. 44, N 3. P. 417–440.
19. *Eymard P.* L'algèbre de Fourier d'un groupe localement compact // Bull. Soc. Math. France. 1964. V. 92. P. 181–236.

Статья поступила 19 мая 1999 г.

Малюгин Сергей Артемьевич
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск 630090
mal@math.nsc.ru