Vorwort

Etwa zwanzig Jahre sind vergangen seit dem Erscheinen derjenigen Lehrbücher der Graphentheorie, die bis heute für die meisten Grundvorlesungen den inhaltlichen Rahmen setzen. Der hierin geschaffene Kanon hat die Graphentheorie geprägt, und er wird sie weiter prägen.

Gerade in der Graphentheorie jedoch hat sich in den letzten Jahren einiges getan. Die Vernetzung von Methoden und Resultaten hat zugenommen, es sind tiefe neue Sätze bewiesen worden, ja ganze Zweige sind neu entstanden: man denke etwa an den Brückenschlag zwischen ehemals so unversöhnlichen Invarianten wie chromatischer Zahl und Kantendichte durch den Begriff der Listenfärbungen, an den Einzug probabilistischer Methoden und des Regularitätslemmas in die extremale Graphentheorie oder die Ramseytheorie, oder an die Theorie der Baumzerlegungen und Minoren mit ihren Verbindungen zur topologischen Graphentheorie – um nur einige Entwicklungen anzusprechen.

Die Zeit scheint daher reif für eine Neubesinnung: *was sind heute die Grundpfeiler der Graphentheorie, die einer einführenden und doch in die Tiefe zielenden Vorlesung das Fundament geben können?*

Dieses Buch möchte Material für eine solche Vorlesung anbieten. Ich habe dabei den Spagat versucht, die zur Orientierung notwendige Schlankheit und Konzentration auf Wesentliches mit so ausführlicher Darstellung im Detail zu verbinden, daß sowohl die wichtigsten übergreifenden Ideen als auch jeder einzelne Beweis dem Selbststudium und einer unabhängigen Vor- oder Nachbereitung zugänglich werden.

Mein Hauptanliegen war es also, die mir als besonders grundlegend erscheinenden Resultate und Methoden möglichst genau darzustellen und zu illustrieren. Fast jedes Kapitel enthält dementsprechend neben den Grundtatsachen seines Gebietes mindestens einen anspruchsvolleren Satz, dessen Beweis jedoch genauso im Detail dargestellt ist wie die kürzeren Beweise. Nicht ohne Unbehagen bemerkte ich dann bald, daß diese etwas anspruchsvolleren Beweise im Druck zuweilen in der Tat recht lang aussehen! Ich hoffe jedoch, daß gerade die relative Ausführlichkeit ihrer Darstellung letztlich die Lesezeit minimiert...

Entsprechend dem genannten Doppelziel bin ich bei der Auswahl des dargestellten Materials recht restriktiv gewesen: im Zweifelsfall habe ich lieber für einen zentralen Satz zwei oder drei verschiedenartige Beweise dargestellt als zwei oder drei ähnliche Sätze mit ähnlichen Beweisen aneinanderzureihen. Besonders in dieser Hinsicht ist der Text also bewußt als einführendes Lehrbuch geschrieben, nicht als Monographie mit dem Anspruch einer umfassenden Darstellung und Einordnung des vorhandenen Materials.

Der Text ist einerseits unmittelbar verwendbar als Skriptum einer Vorlesung, läßt durch seine Konzentration in der Stoffwahl jedoch andererseits dem Vorlesenden bewußt Raum zur weiteren Ausgestaltung. Eine denkbare Alternative zu kapitelweisem Vorgehen ist es, in einer ersten Vorlesung nach Kapitel 0 die jeweils einfacheren Abschnitte der Folgekapitel durchzunehmen, ergänzt je nach Hörerkreis vielleicht durch Algorithmen, und die mathematisch tieferen Sätze einer weiterführenden Vorlesung vorzubehalten.

Die zum Verständnis des Textes nötigen Vorkenntnisse beschränken sich auf einige Grundbegriffe aus der linearen Algebra für Kapitel 0.9, aus der Topologie (wie man sie im Analysis-Grundstudium kennenlernt) für Kapitel 3, und aus der Wahrscheinlichkeitstheorie für Kapitel 9. (Genau genommen wird dort sogar nur der Begriff des Wahrscheinlichkeitsraumes selbst vorausgesetzt; alle anderen Begriffe und Hilfsmittel werden noch einmal knapp aber explizit eingeführt.)

Die Bezifferung der Sätze, Propositionen, Lemmas und Korollare erfolgt einheitlich im ganzen Buch durch drei Ziffern: Korollar 1.2.3 etwa findet sich in Kapitel 1, Abschnitt 2, und es folgt auf Satz 1.2.2. Mit dem Prädikat "Satz" bin ich sicher etwas sparsamer umgegangen, als es üblich ist – in der Absicht, zur besseren Orientierung die besonders zentralen Resultate entsprechend hervorzuheben. In den Notizen am Ende eines jeden Kapitels finden sich Hinweise auf weitere Literatur, darunter auf die Originalquellen aller Sätze, deren Quellenangabe nicht in einer der zitierten Monographien oder Übersichtsartikel zu finden ist. Das Symbol □ bezeichnet meist das Ende eines Beweises. Steht es direkt im Anschluß an die hervorgehobene Aussage selbst, so soll es andeuten, daß der Beweis dieser Aussage nach dem zuvor Gesagten klar sei – und ist eine Aufforderung, dies zu überprüfen! Tiefere Sätze, die ohne Beweis zitiert werden, sind entsprechend durch das Fehlen des □-Symbols als solche zu erkennen.

Um die praktische Vorbereitung einer Vorlesung, die auf diesem Buch oder Teilen daraus aufbaut, zu erleichtern, sind zu Beginn eines jeden Beweises in der Randspalte die Nummern derjenigen Resultate aufgeführt, die in den Beweis eingehen und daher vorher behandelt oder zumindest erwähnt sein sollten. Diese Nummern sind in runde Klammern gesetzt: der Verweis (3.1.2) im Rand neben dem Beweis von Satz 3.3.3 etwa besagt, daß das Lemma 3.1.2 in diesem Beweis verwendet wird. Entsprechend findet sich bereits in der Randspalte neben Lemma 3.1.2 in eckigen Klammern der Hinweis [3.3.3] darauf, daß dieses Lemma einmal im Beweis von Satz 3.3.3 Verwendung finden wird. Diese Verweise in den Randspalten berücksichtigen nur Abhängigkeiten zwischen Resultaten aus verschiedenen Abschnitten (sowohl desselben Kapitels als auch verschiedener Kapitel). Verweise innerhalb eines Abschnitts gibt es nicht; jeder Abschnitt bildet von der Darstellung her eine Einheit und sollte entsprechend von vorne gelesen werden. Wem all dies zu aufwendig ist, der kann sich einfach an die natürliche Reihenfolge der Kapitel und ihrer Abschnitte halten: mit zwei – deutlich im Text gekennzeichneten – Ausnahmen greifen Beweise stets nur auf früher behandelte Resultate zurück.

Wer ein Lehrbuch schreibt, muß sich für eine Terminologie entscheiden – und setzt damit die Freundschaft all jener aufs Spiel, deren Herz an einer anderen hängt. Ich habe lange überlegt, ob ich überhaupt eine deutsche Fassung dieses Buches schreiben sollte. Dies zu tun, dann aber die wohletablierte deutsche Terminologie weitgehend durch Anglizismen zu ersetzen (wie es im lockeren deutschen Sprachgebrauch ja durchaus verbreitet ist), erschien mir jedoch als absurd – und das Studium eines Anfängers auch nicht gerade erleichternd. Der Text folgt daher im wesentlichen der auf König und Wagner zurückgehenden deutschen Begriffsbildung;[1] Andersdenkende bitte ich um Nachsicht! Um dennoch ein wenig beim Brückenschlag zur englischen Terminologie zu helfen, gibt das Hauptregister am Ende des Buches zu jedem deutschen Fachwort in Klammern das in der englischen Fassung dieses Buches verwendete Wort, und der englisch-deutsche Index gibt für die gebräuchlichsten englischen Ausdrücke neben der Textstelle ihrer Definition auch ihre deutsche Entsprechung an.

Fast jedes Buch enthält Fehler, und dieses Buch wird kaum eine Ausnahme sein. Alle, denen verbliebene Fehler oder Verbesserungsmöglichkeiten auffallen, bitte ich herzlich, sie mir mitzuteilen: entweder direkt, oder über

http://www.springer.de/catalog/html-files/deutsch/math/3540609180.html

Dies ist die zu diesem Buch gehörige Web-Seite bei Springer: dort wird es neben der Verlagsinformation einen *link* geben zu einer von mir unterhaltene Seite, die unter anderem notwendig gewordene Korrekturen in möglichst lesbarer Form bereitstellen soll.

An einem Lehrbuch ist fast nichts wirklich neu; selbst Stil und Materialauswahl sind unumgänglich durch Vorbilder geprägt. Das Lehrbuch,

[1] mehr dazu in den Notizen zu Kapitel 0

welches mich geprägt hat wie kein anderes, ist jenes am Anfang dieses Vorworts bereits mit angedeutete Springer-Buch von B. Bollobás: in der Vorlesung seines Autors, die jenes Buch nachzeichnet, habe ich meine erste Graphentheorie gelernt. Alle, die jenes Buch kennen, werden seinen Einfluß hier spüren – bei allen Unterschieden in Stoff und Darbietung.

Weiter geht mein Dank an alle, die mir durch Rat bei der Stoffauswahl, durch Literaturhinweise, oder bei der Fehlersuche geholfen haben. Besonders profitiert habe ich von der Hilfe von N. Alon, Th. Andreae, W.A. Deuber, R. Halin, M. Hintz, A. Huck, R. Klimmek, D. Kühn, L. Lovász, W. Mader, J. Nešetřil, P. Niemeyer, H.J. Prömel, A. Schrijver, A.D. Scott, D. Seese, P.D. Seymour, A. Steger, M. Stiebitz, Th. Szücs (für die Abbildungen), R. Thomas, C. Thomassen, B. Toft, W. Vogler, K. Waas und G.M. Ziegler. Ganz besonders danken aber möchte ich meinem Mitarbeiter und Kollegen Tommy R. Jensen: er hat die Entstehung dieses Buches kritisch begleitet von der Konzeption der am schwierigsten darzustellenden Beweise bis hin zu all den fehlenden Kommas, er hat mich viel über Färbungen gelehrt und alles, was ich über k-Flüsse weiß, und er hat bei all diesem nie seinen Gleichmut verloren, wenn ich mich einmal mehr entschied, einen von ihm gefundenen Fehler lieber großzügig zu ignorieren als durch seine Korrektur den vermeintlichen Textfluß zu hemmen...

So wünsche ich allen Lesern viel Freude an der hier dargestellten Mathematik, und ich selbst freue mich auf alle kritischen Kommentare.

RD, im Juni 1996